



250 ЛУЧШИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР И ГОЛОВОЛОМОК

КАК
ОСТАНОВИТЬ
ПОЕЗД?

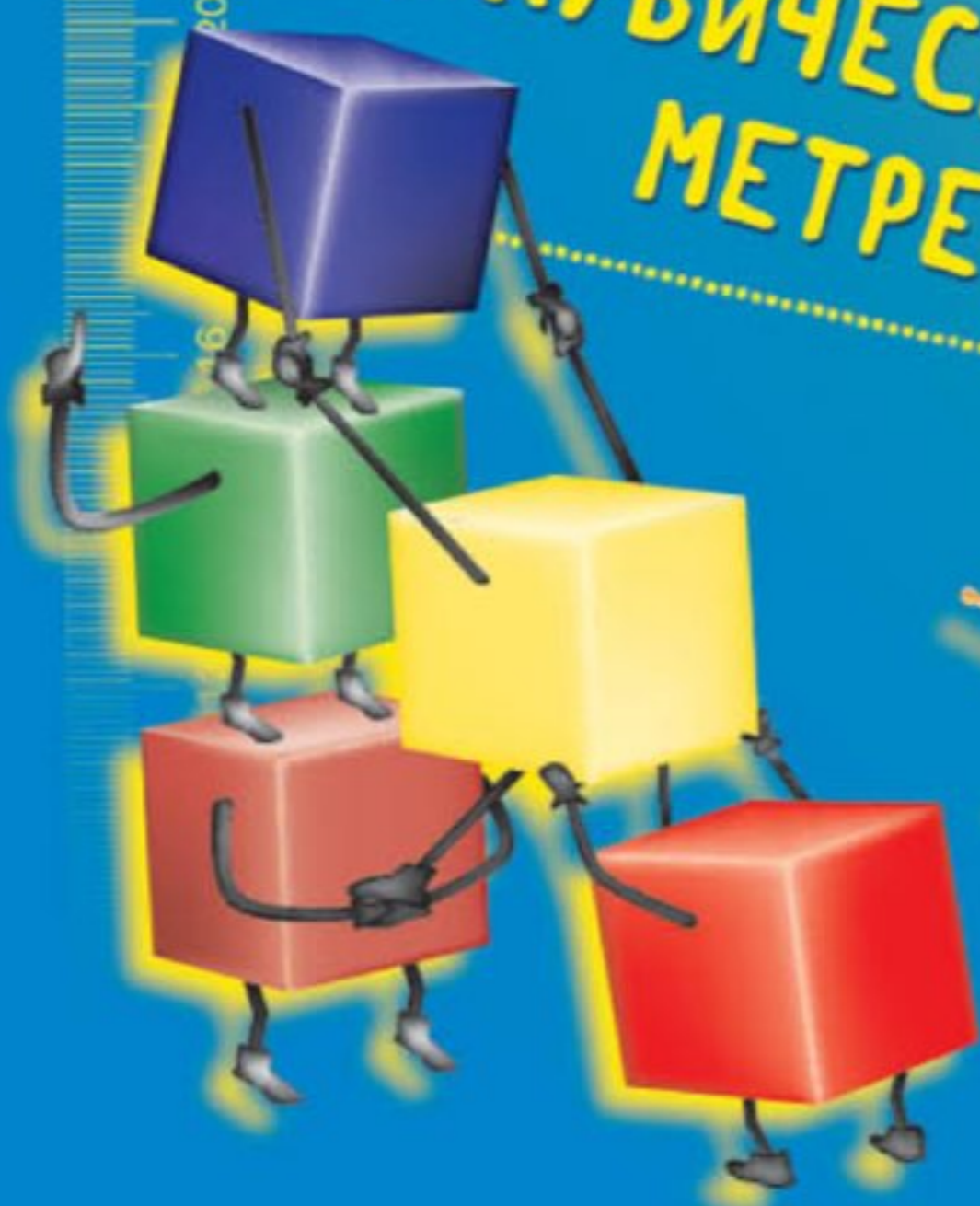
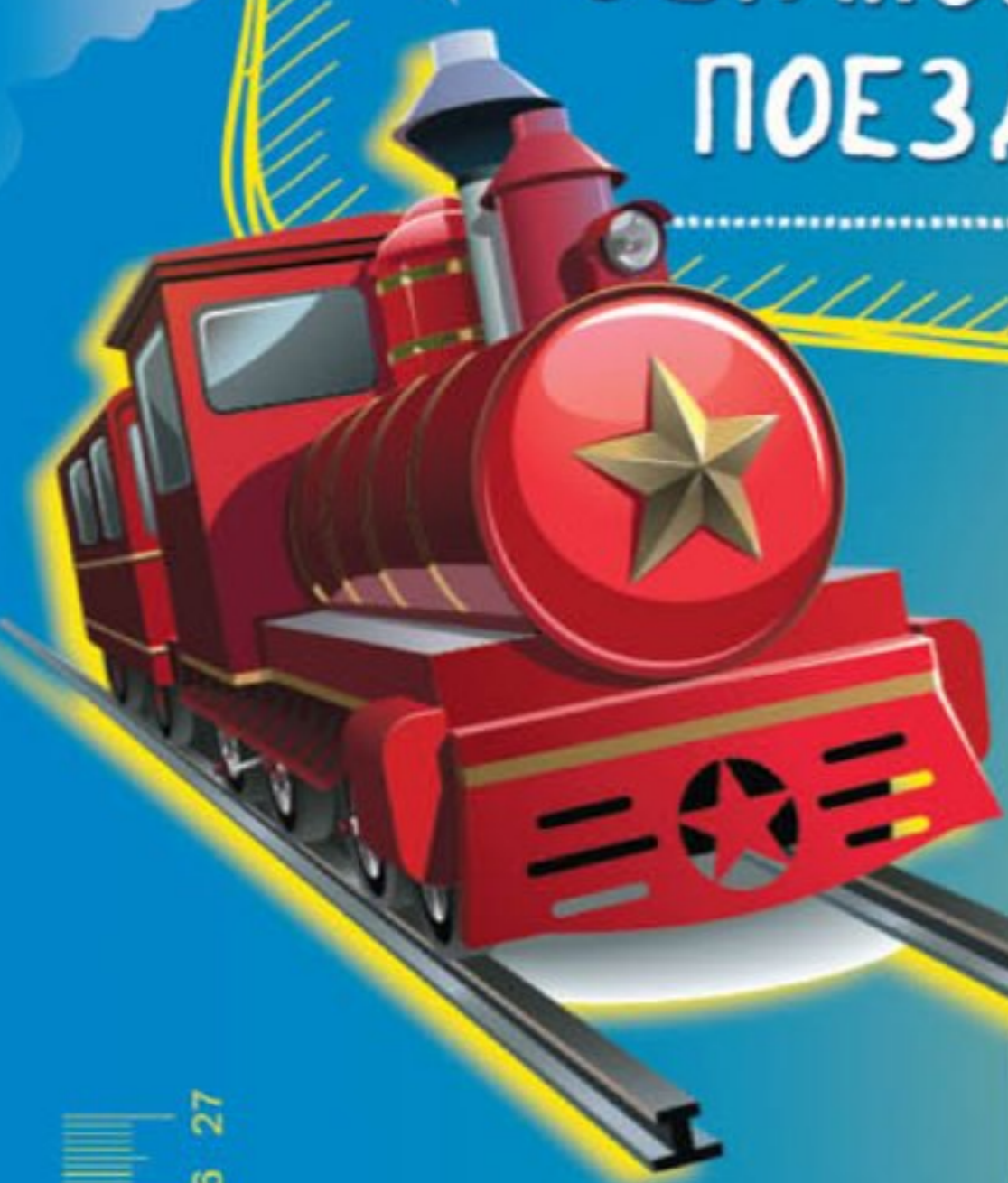
СКОЛЬКО ЗОЛОТА
В КОРОНЕ?

НАША
ЯХТА ТОНЕТ?

КАК ВТРОЕМ УПЛЫТЬ
НА ДВУХМЕСТНОЙ
ЛОДКЕ?

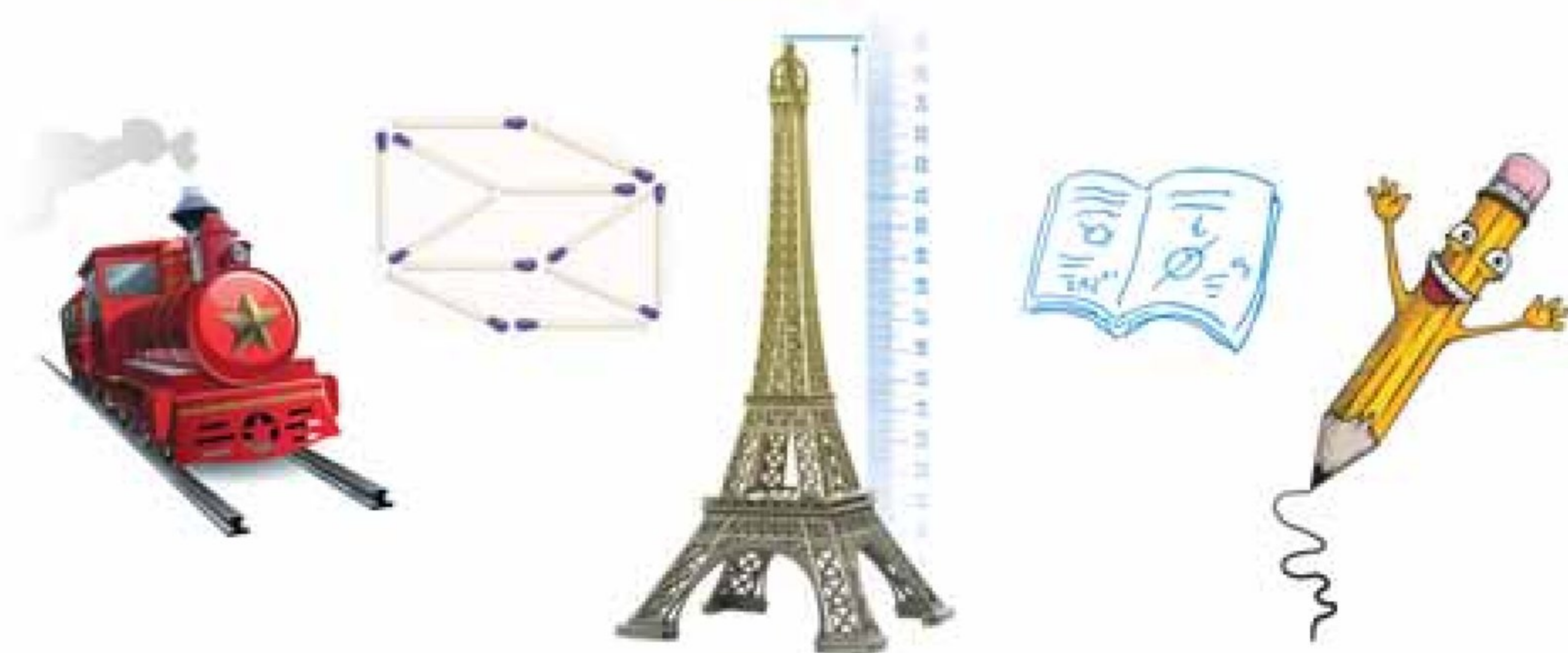
СКОЛЬКО
КУБИКОВ
В КУБИЧЕСКОМ
МЕТРЕ?

СТАНЕТ ЛИ
УЛИТКА
ВЕРХОЛАЗОМ?



Н. С. Каленковец

250
ЛУЧШИХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР
И ГОЛОВОЛОМОК



ИЗДАТЕЛЬСТВО
АСТ
2018

БОЧКИ

В магазин доставили 6 бочек керосина. На рис. 1 обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой — три, причем первый купил вдвое меньше керосина, чем второй. Так что не пришлось даже раскупоривать бочки. Из 6 бочек на складе осталась всего одна. Которая?



Рис. 1

Решение

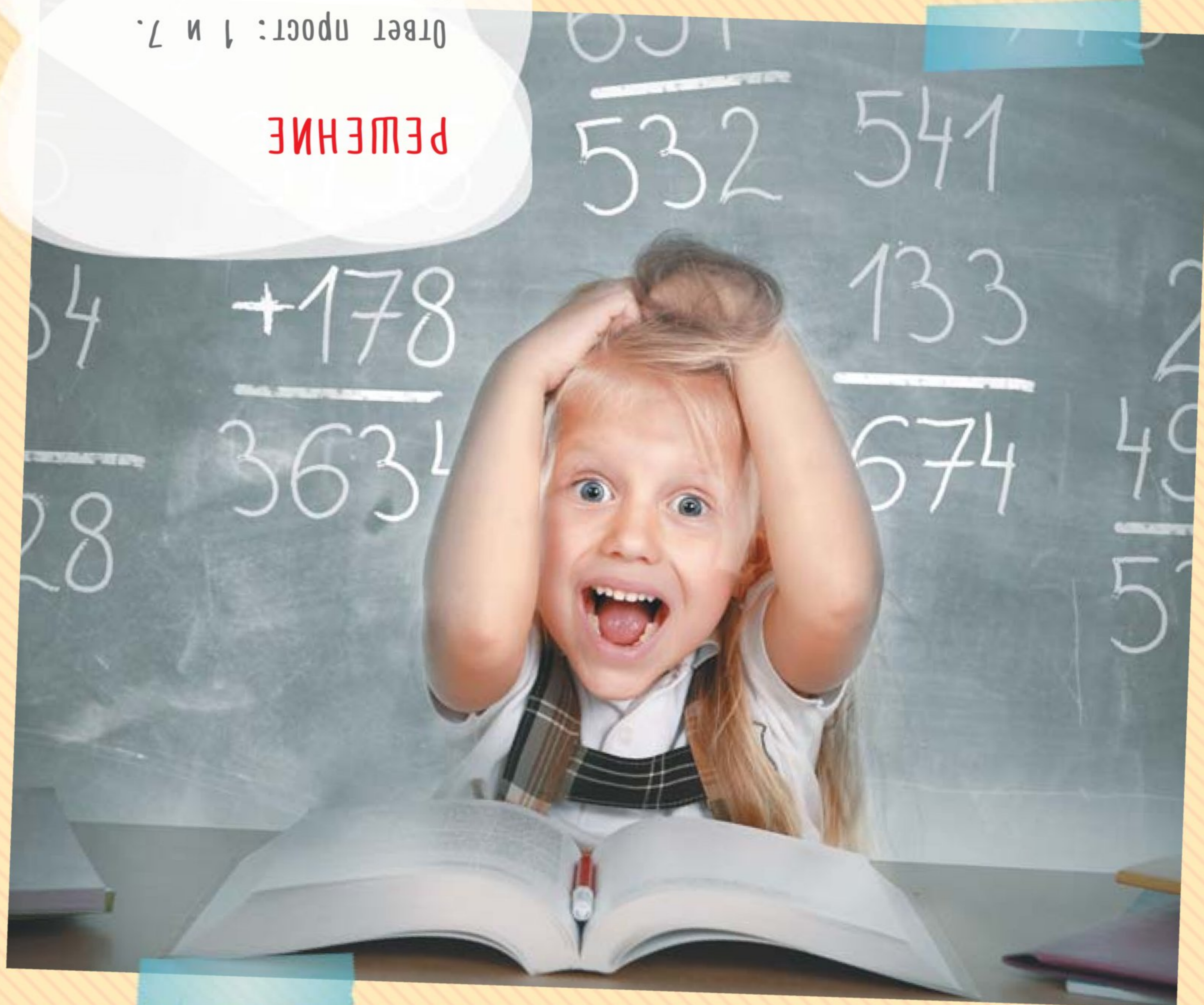
Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочки. Второй — 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную. В самом деле: $15 + 18 = 33$, $16 + 19 + 31 = 66$, т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосина, чем первый. Осталась неподанной 20-ведерная бочка. Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

КАКИЕ ЧИСЛА?

Какие два целых числа, если их перемножить, составят 7?
Не забудьте, что оба числа должны быть целые; поэтому такие ответы, как $3\frac{1}{2} \times 2$ или $2\frac{1}{3} \times 3$, не подходят.

Других таких чисел нет.
Ответ прост: 1 и 7.

РЕШЕНИЕ



ШЕСТЬ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

В фигуре, представленной на рис. 2, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

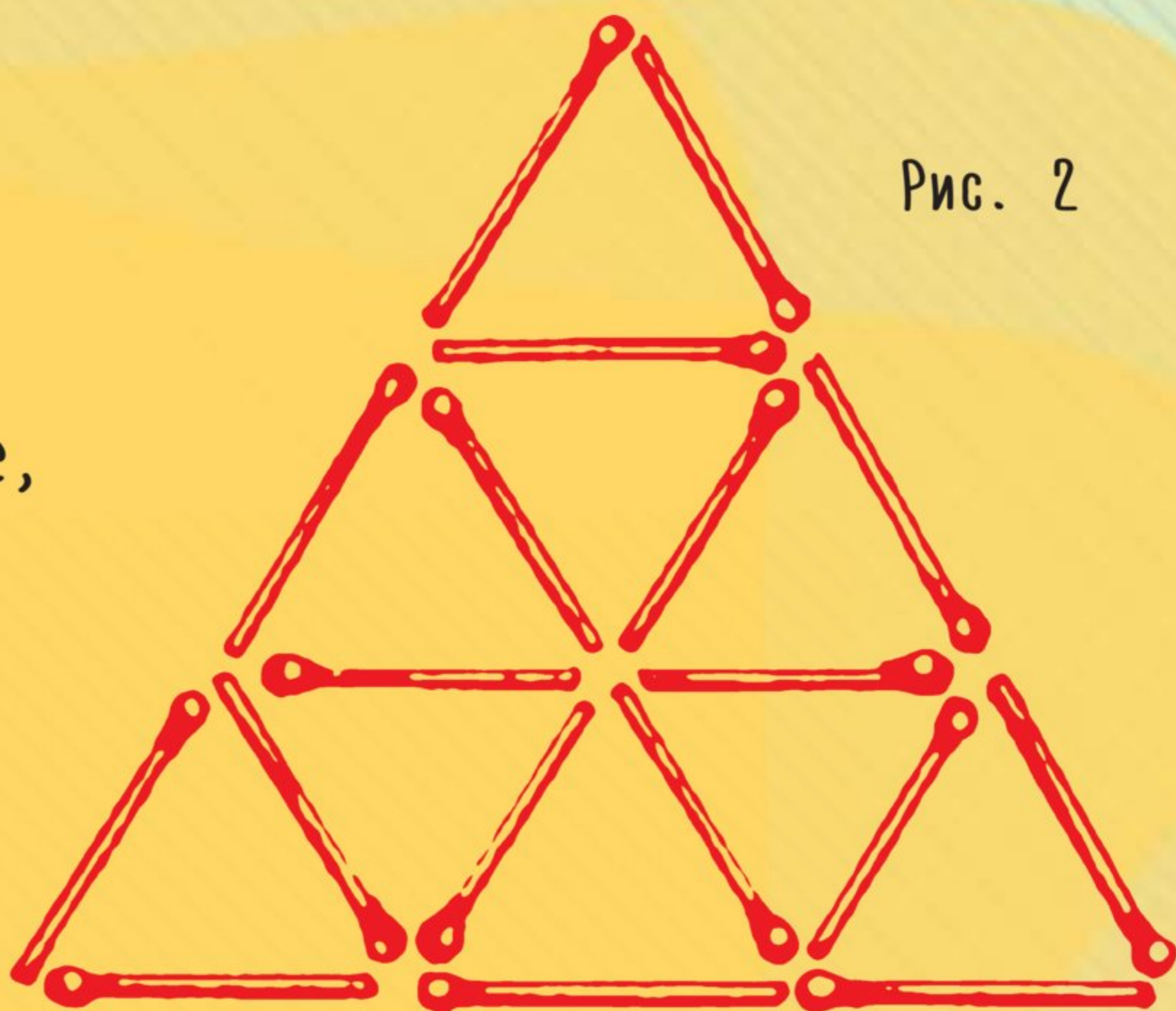


Рис. 2

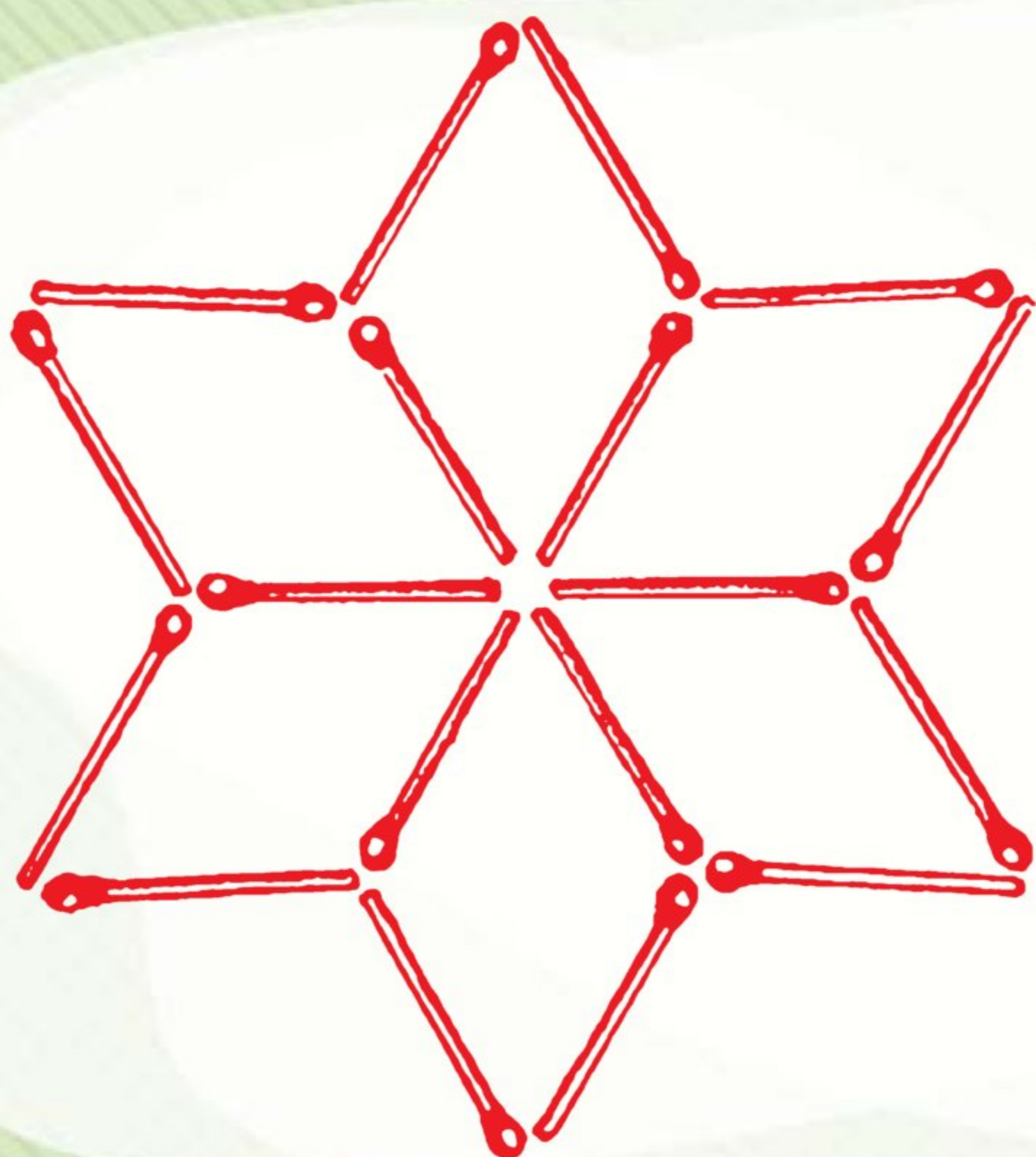


Рис. 3

Смотрите на рис. 3.

РЕШЕНИЕ

СЕМЕРО ДРУЗЕЙ

У одного человека было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй — каждый второй вечер, третий — каждый третий вечер, четвертый — каждый четвертый вечер и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что этого человека в один и тот же вечер навещали все семеро друзей?



Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли одновременно встретиться у хозяина через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел есть 420. Следовательно, друзья собирались все вместе только один раз в 420 дней (14 месяцев).

РЕШЕНИЕ

ДВА ПЯТИУГОЛЬНИКА

Попытайтесь решить такую головоломку.

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Спички переламывать нельзя. Оба пятиугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

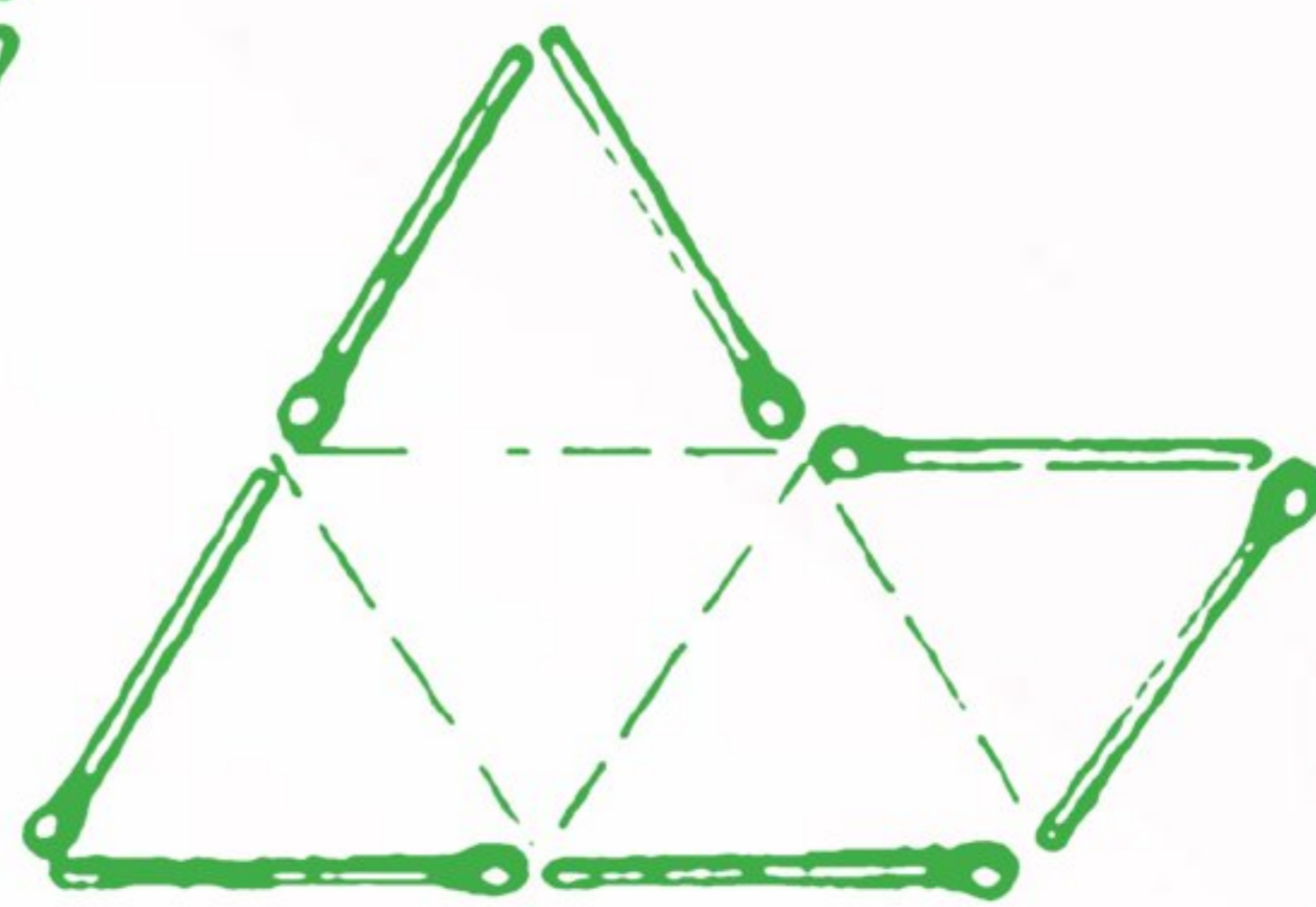
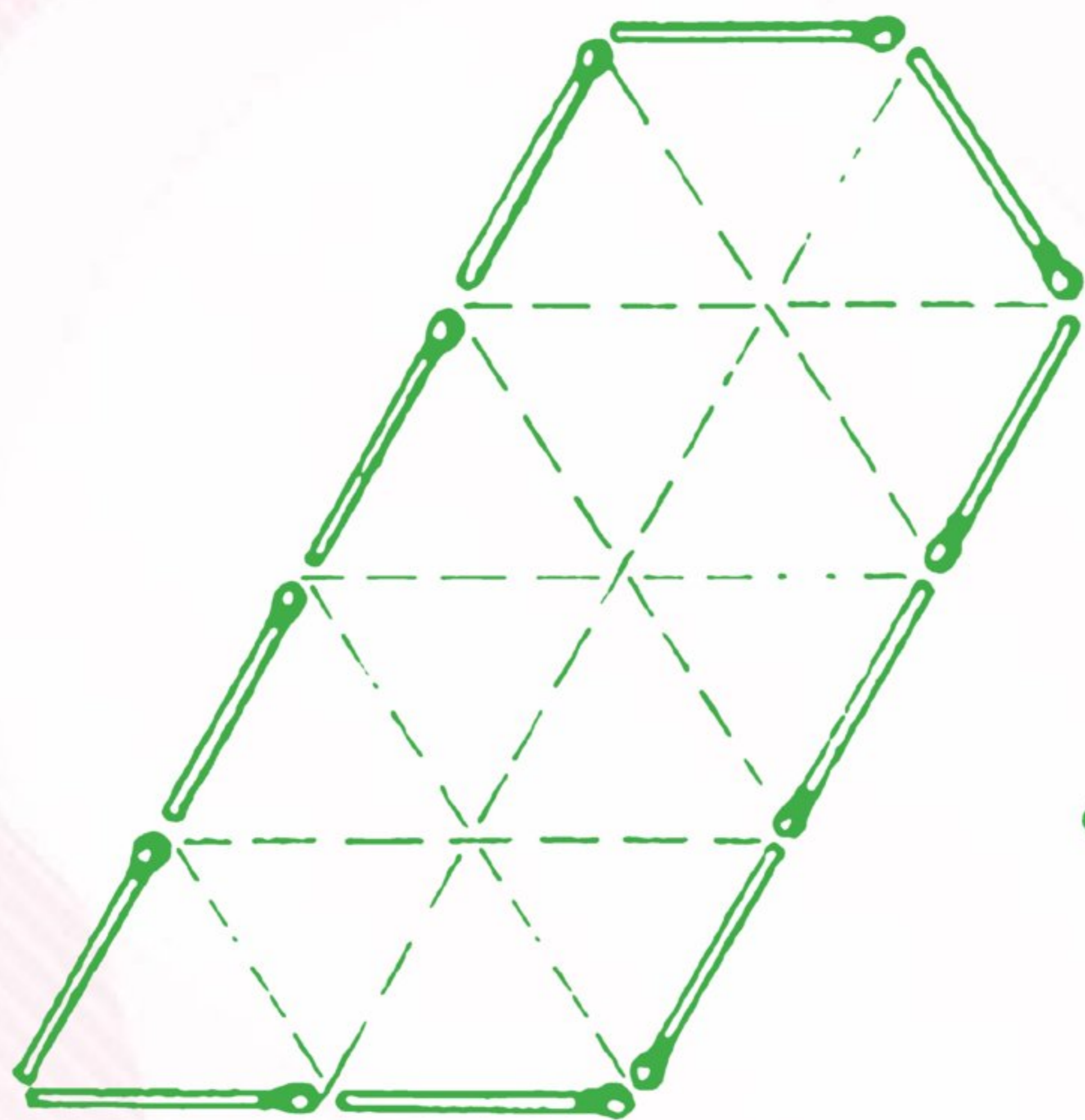
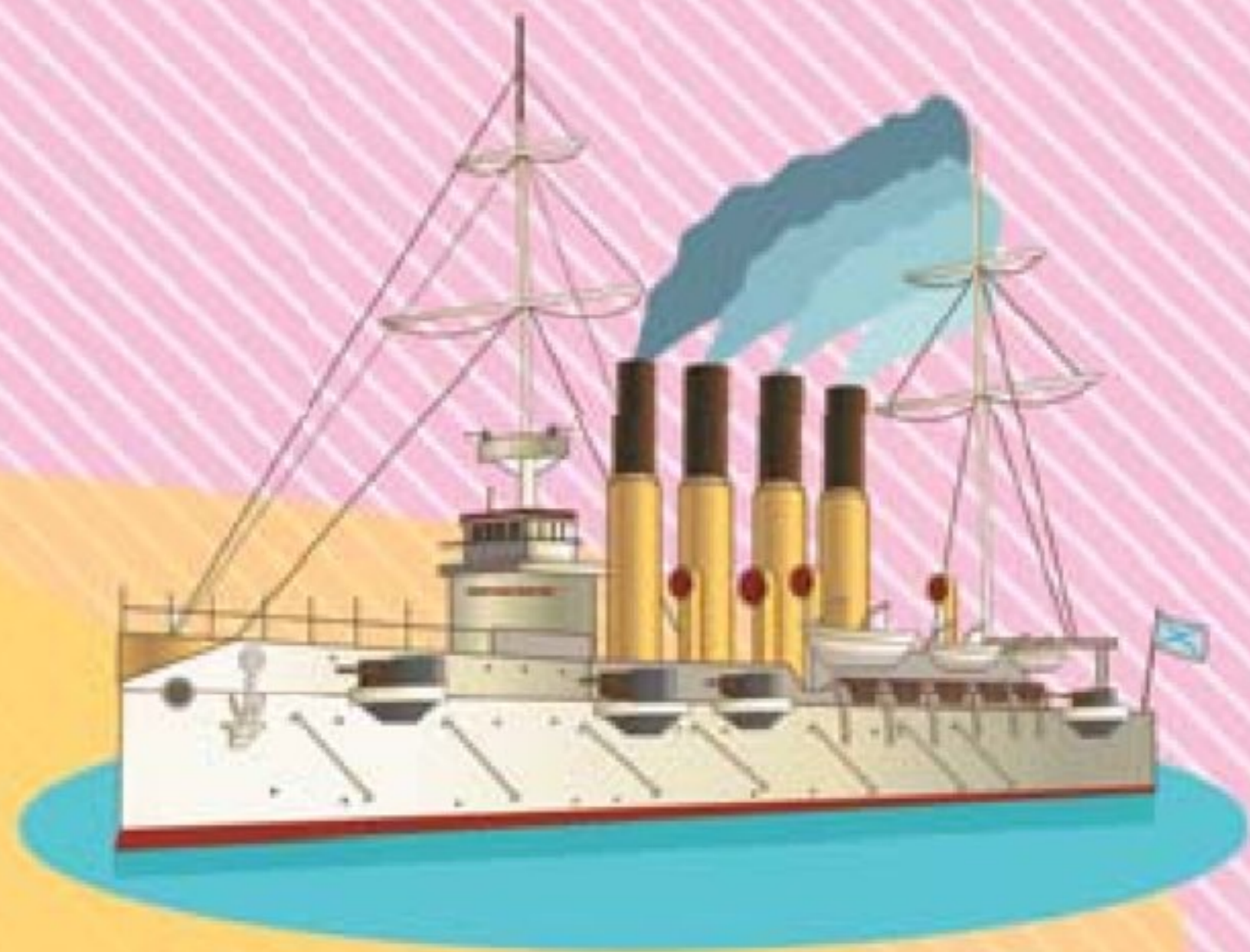


Рис. 4

Решение задачи наглядно показано на рис. 4.

РЕШЕНИЕ

БРОНЕНОСЕЦ



Броненосец водоизмещением в 20 000 т... Но вы, быть может, не знаете, что такое «водоизмещение» и что такое «тонна»? Водоизмещением называют вес той воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону Архимеда, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то водоизмещение прямо указывает вес самого судна. А что такое «тонна»? Мера веса в 1000 кг. Когда вы читаете, что судно имеет «водоизмещение в 20 000 т», это значит, что оно само (как и вода, вытесняемая им при плавании) весит 20 000 т. Итак, броненосец водоизмещением в 20 000 т, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна $\frac{1}{250}$, т. е. гиря в 1 кг из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить на 4 г меньше. Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец сделается на $\frac{1}{250}$ легче. Но ровно на столько же делается легче и вода: она тоже весит близ экватора на $\frac{1}{250}$ меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца в течение всего времени плавания останется одним и тем же: 20 000 т.

РЕШЕНИЕ

ИЗ ШЕСТИ ТРИ

Перед вами (рис. 5) фигура, составленная из 17 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит в следующем: нужно убрать 5 спичек, не перекладывая остальных, так, чтобы осталось всего 3 квадрата.

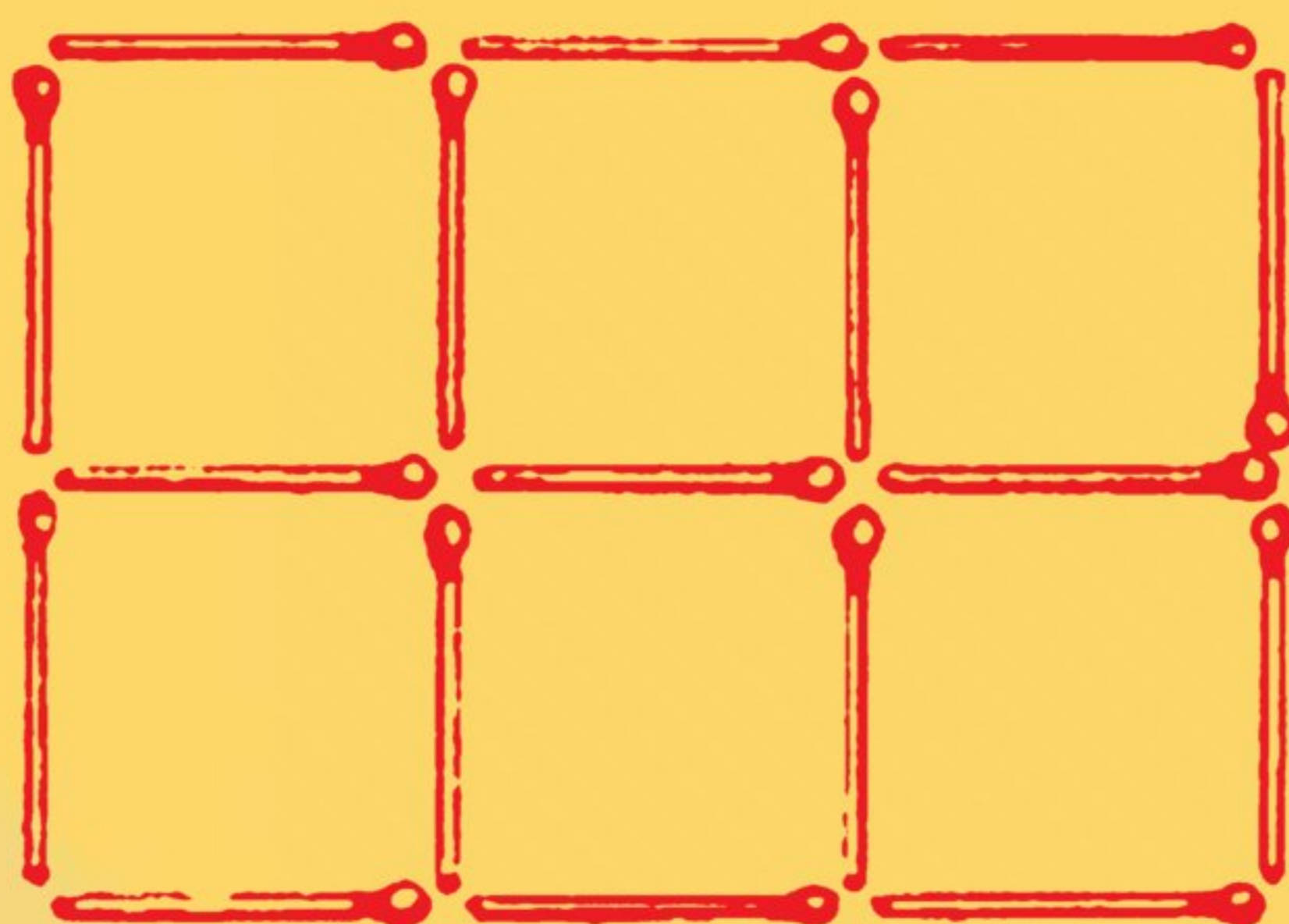
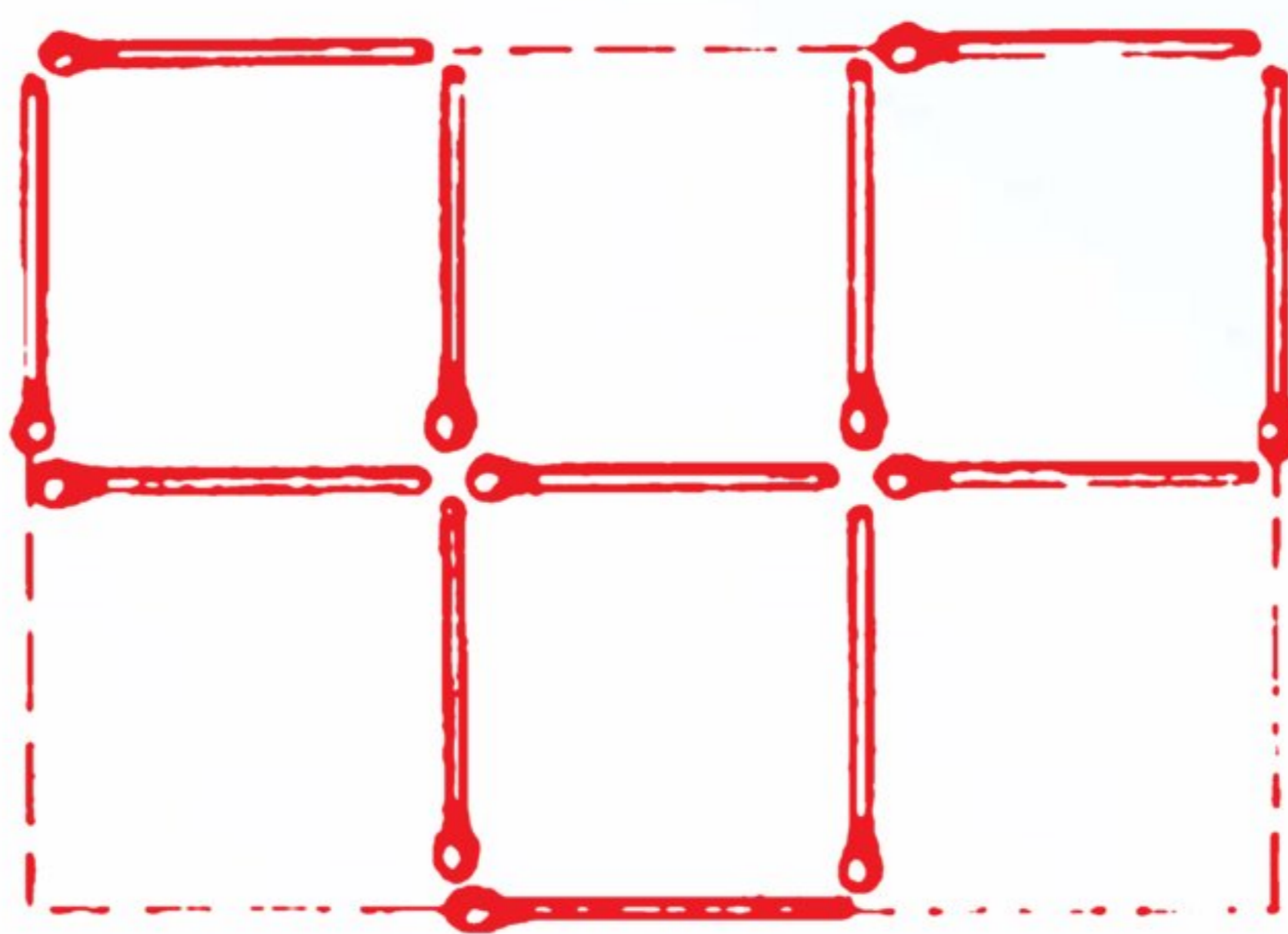


Рис. 5

Рис. 6



Решение этой задачи — на рис. 6.

РЕШЕНИЕ

КТО ДЛИННЕЕ?

Вы видите здесь три черные фигуры (рис. 7). Ответьте на вопрос: если смерить их линейкой или циркулем, какая фигура окажется длиннее? Конечно, эту задачу очень легко решить, если проделать измерения на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает сюрприз.

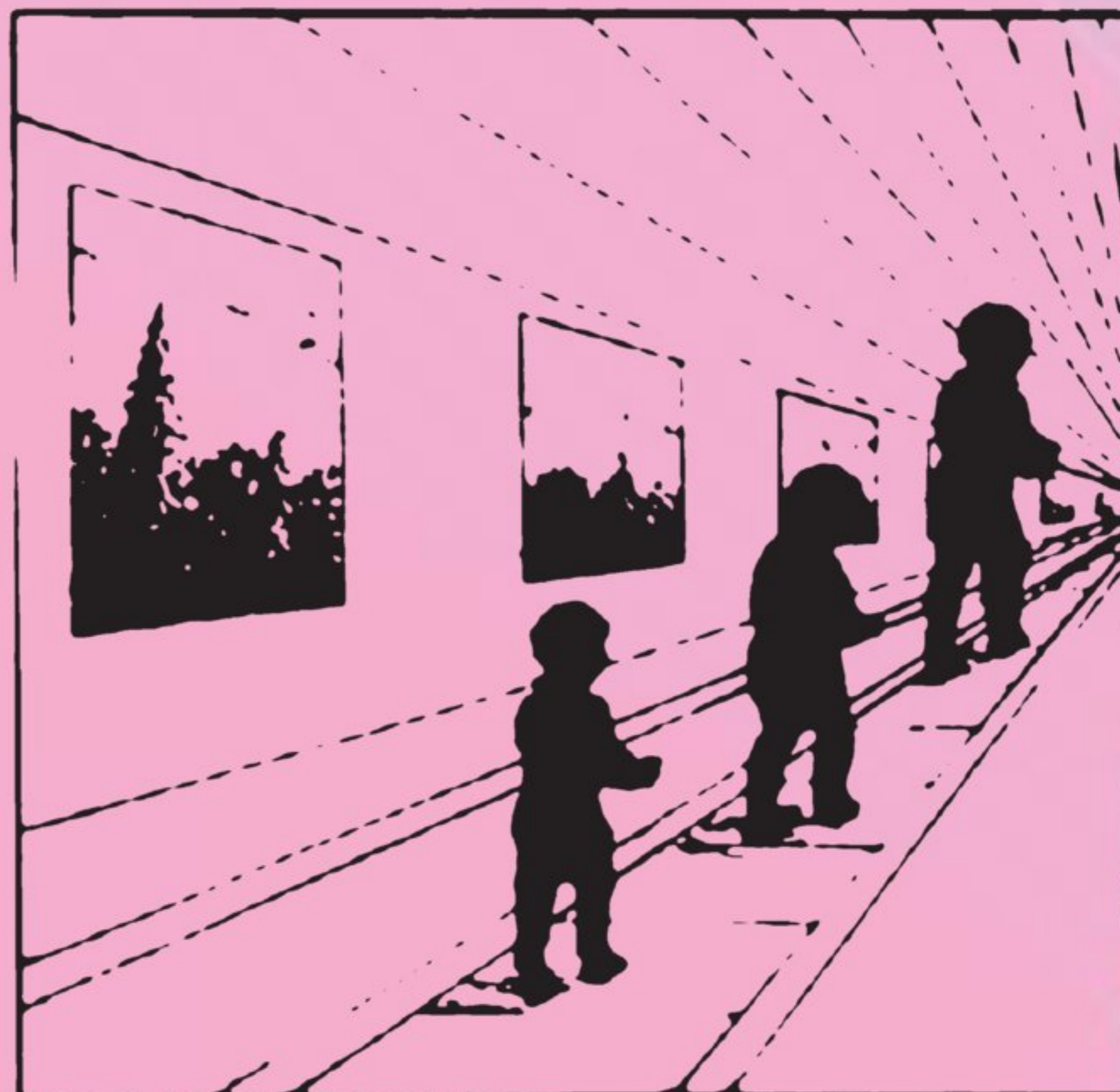


















Рис. 7. Какая фигура длиннее?

на большом расстоянии), что это — человек или животное? Мы невольно заключаем (раз она кажется крупной даже потому, видя вдали неумешенную человеческую фигуру, мы привыкли к тому, что предметы с удалением уменьшаются с задним только потому, что изображен вдалеке. Первый человек кажется нам великаном по сравнению с другими. Перенесем же длину, как и фигура последнего. Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего вперед,

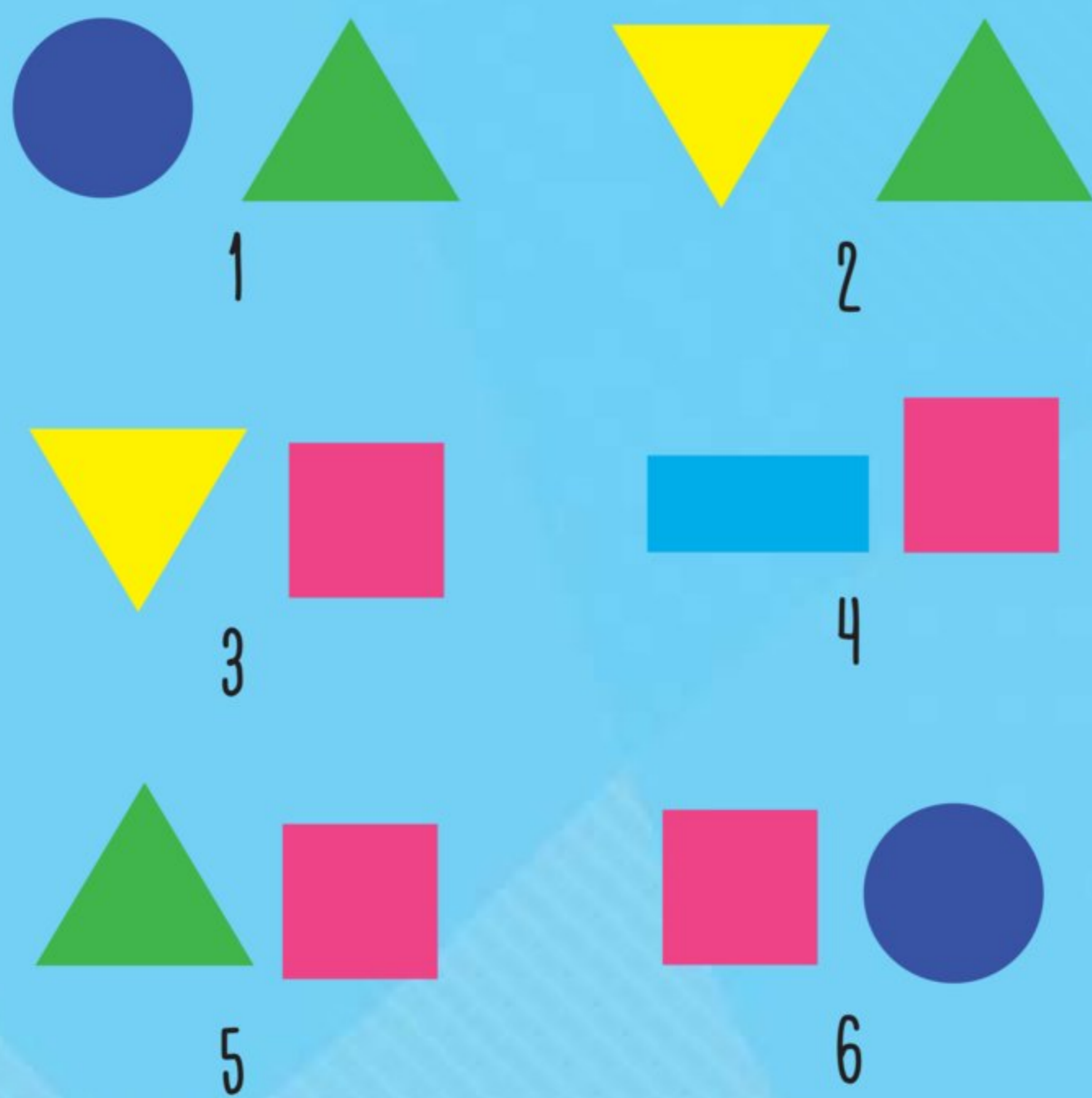
РЕШЕНИЕ

ВЕСЕЛАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Что необходимо подставить вместо знака вопроса, чтобы соблюсти закономерность?

 	 	 
 	 	 
 	 	?

Варианты ответа:



РЕШЕНИЕ

Ответ: 3.

ЗАДАЧА АРХИМЕДА



Самая древняя из головоломок, относящихся к взвешиванию, без сомнения, та, которую древний правитель сиракузский Гиерон задал знаменитому математику Архимеду.

Предание повествует, что Гиерон поручил мастеру изготовить венец для одной статуи и приказал выдать ему необходимое количество золота и серебра. Когда венец был доставлен, взвешивание показало, что он весит столько же, сколько весили вместе выданные золото и серебро. Однако правителю донесли, что мастер утаил часть золота, заменив его серебром. Гиерон призвал Архимеда и предложил ему определить, сколько золота и сколько серебра заключает изготовленная мастером корона. Архимед решил эту задачу, исходя из того, что чистое золото теряет в воде $\frac{2}{10}$ -ю долю своего веса, а серебро — $\frac{1}{10}$ -ю.

Если вы желаете испытать свои силы на подобной задаче, примите, что мастеру было отпущено 8 кг золота и 2 кг серебра и что, когда Архимед взвесил корону под водой, она весила не 10, а всего $9\frac{1}{4}$ кг. Попробуйте определить по этим данным, сколько золота утаил мастер. Венец был изготовлен из сплошного металла, без пустот.



Если бы заказанный венец сделан из чистого золота, он весил бы вне воды 10 кг, а под водой терял 20-ю долю этого веса, т. е. покилограмма. В действительности же венец, как мы знаем, теряет в воде не $\frac{1}{2}$, а $10 - 9\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$ кг. Это происходит потому, что он содержит серебро — металл, теряющий в воде не 20-ю, а 10-ю долю своего веса. Значит, серебра в венеце столько, что венец теряет в воде не $\frac{1}{2}$ кг, а $3\frac{3}{4}$ кг — на $\frac{1}{4}$ кг больше. Если в нашем чисто золотом венеце мысленно заменить 1 кг золота серебром, то венец будет терять в воде на $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{20}$ кг больше, чем прежде. Следовательно, чтобы увеличить потерю веса на требуемую величину — $\frac{1}{4}$ кг, необходимо заменить серебром столько килограммов золота, сколько раз $\frac{1}{20}$ кг содержится в $\frac{1}{4}$ кг. Поскольку $\frac{1}{4} : \frac{1}{20} = 5$, получаем: в венеце вместо выданных 2 кг серебра и 8 кг золота 5 кг серебра и 5 кг золота. Три килограмма золота мастер заменил серебром и утянул.

РЕШЕНИЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Внимательно посмотрите на рис. 8. Определите закономерность — и сразу узнаете, какое число необходимо подставить вместо знака вопроса.

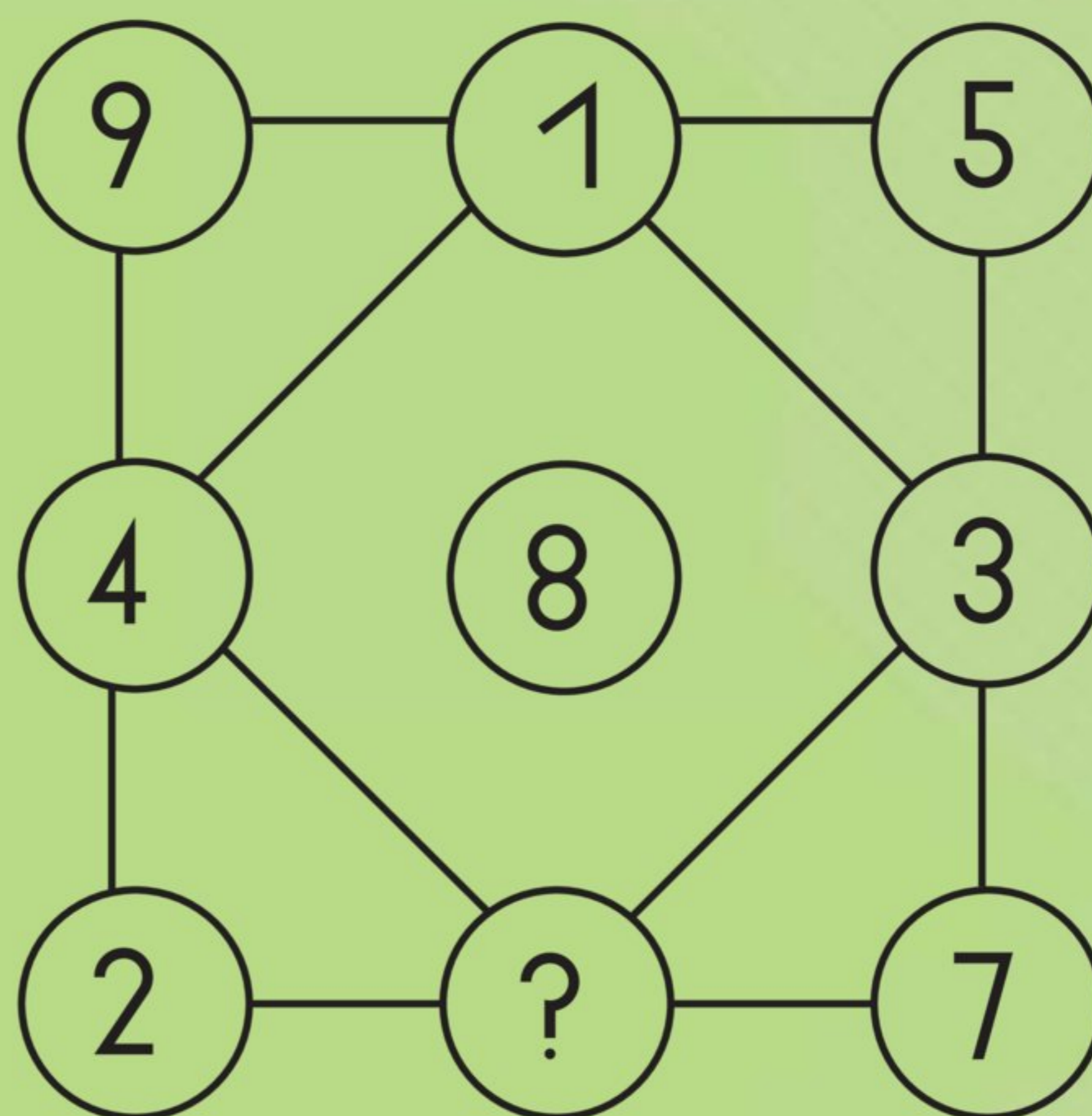


Рис. 8

Число 6. Цифры в каждом ряду и в каждом столбце образуют число 15.

РЕШЕНИЕ

ФИГУРЫ ПО ПОРЯДКУ



Эти фигуры стоят в определенном порядке. Найдите закономерность и продолжите ряд.

РЕШЕНИЕ

РАЗВЕРНУТЬ КУБ

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми 6 квадратами на стол, то получите фигуру вроде трех следующих: Любопытно сосчитать: сколько различных фигур можно получить таким путем? Другими словами, сколькими способами можно развернуть куб на плоскости? Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее двенадцати. Различными условимся считать две развертки, которые не совпадают при наложении друг с другом или одной из них с ее зеркальным отражением.

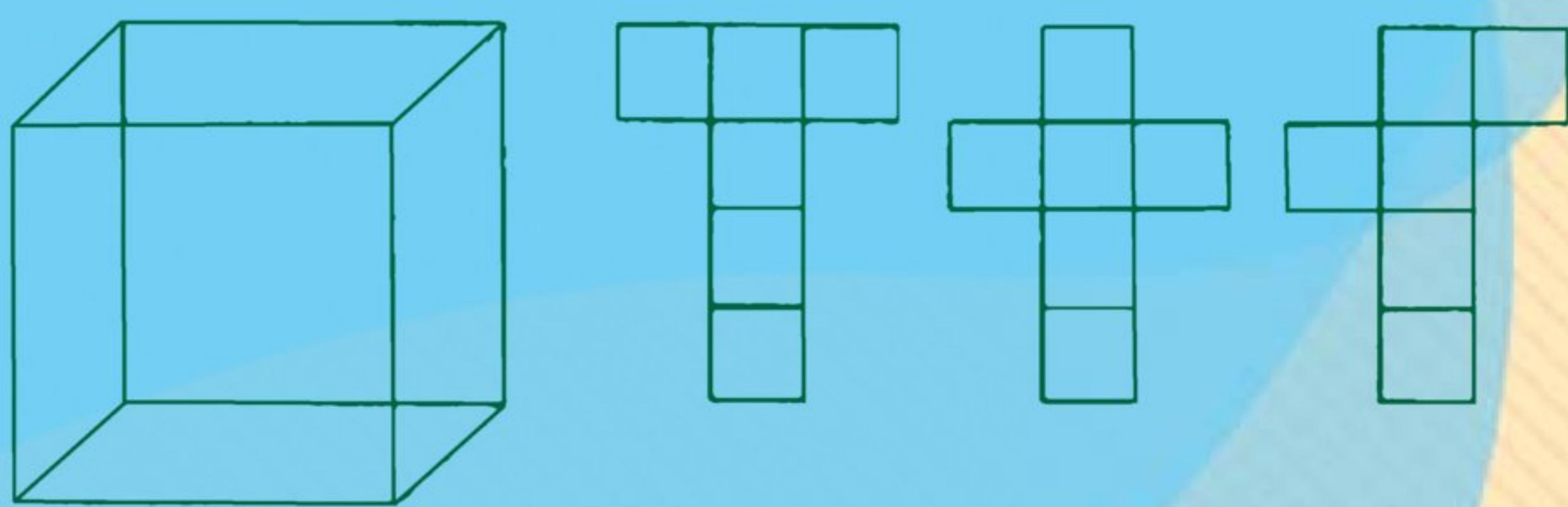
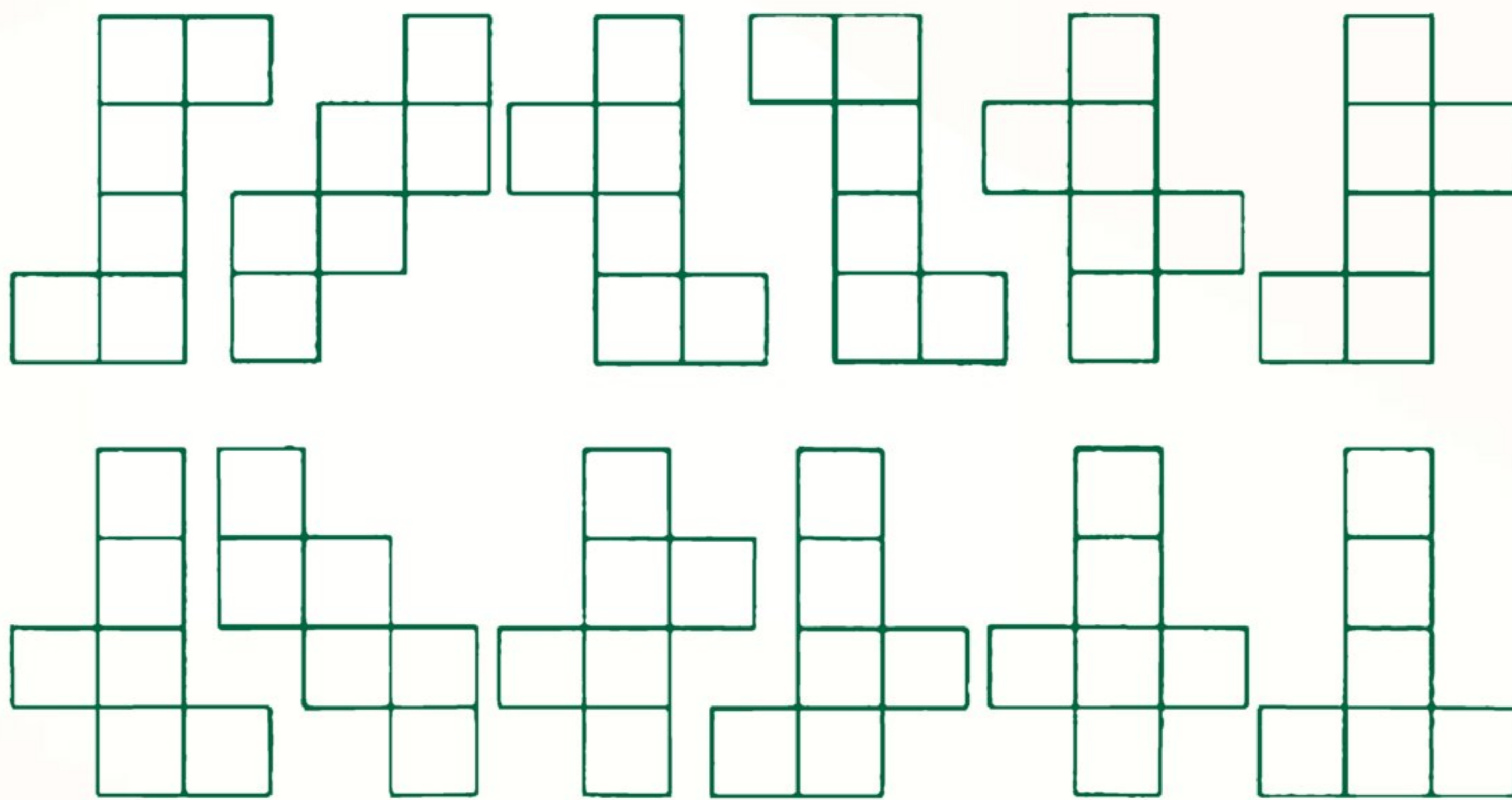


Рис. 9. Куб и его развертки

Рис. 10. Развертки куба



Вот все различные развертки куба. Их 12.

РЕШЕНИЕ

ОСТАВИТЬ ДВА КВАДРАТА

В фигуре (рис. 11) так уберите 8 спичек, не трогая остальных, чтобы осталось всего лишь 2 квадрата.

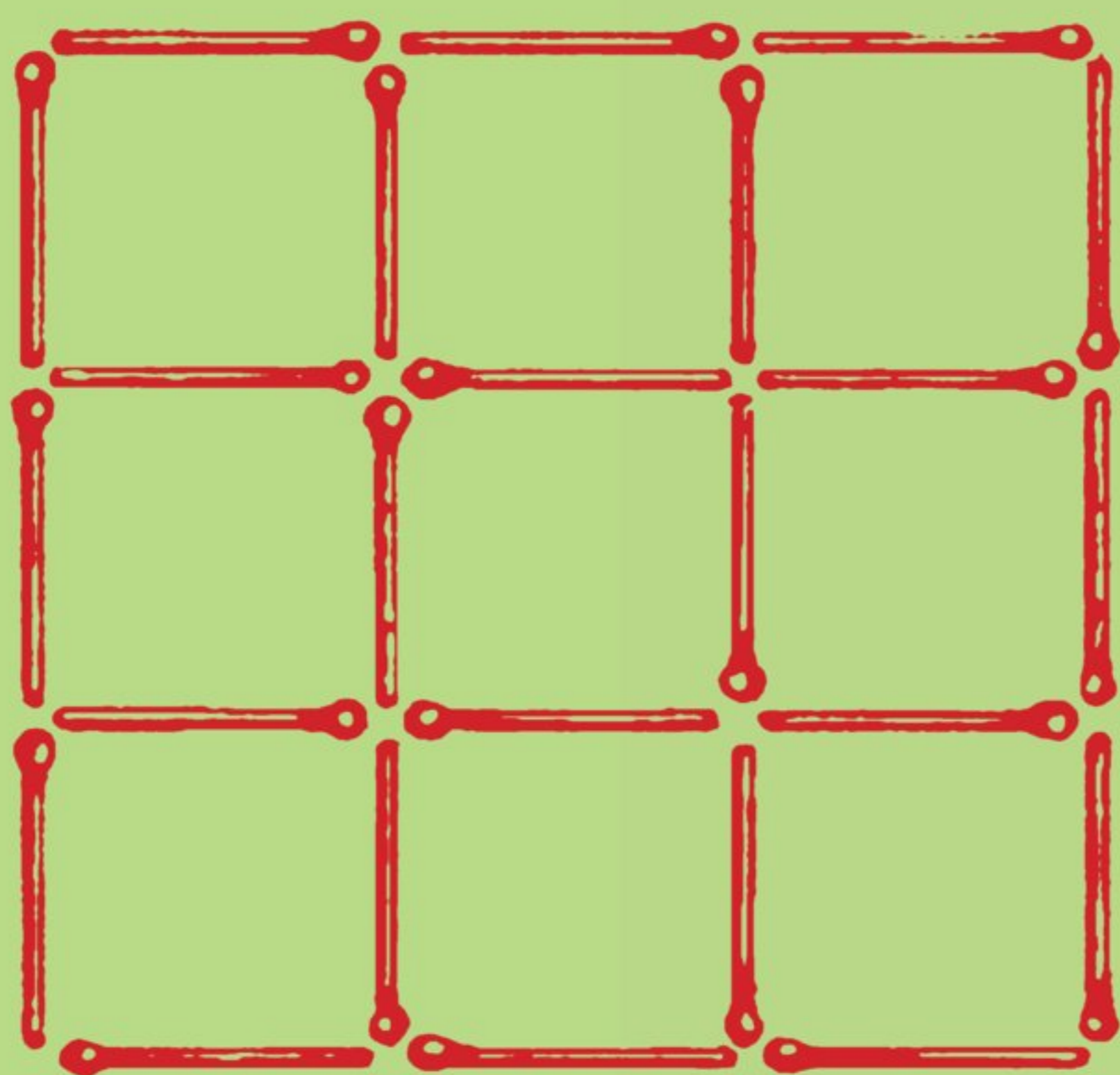


Рис. 11

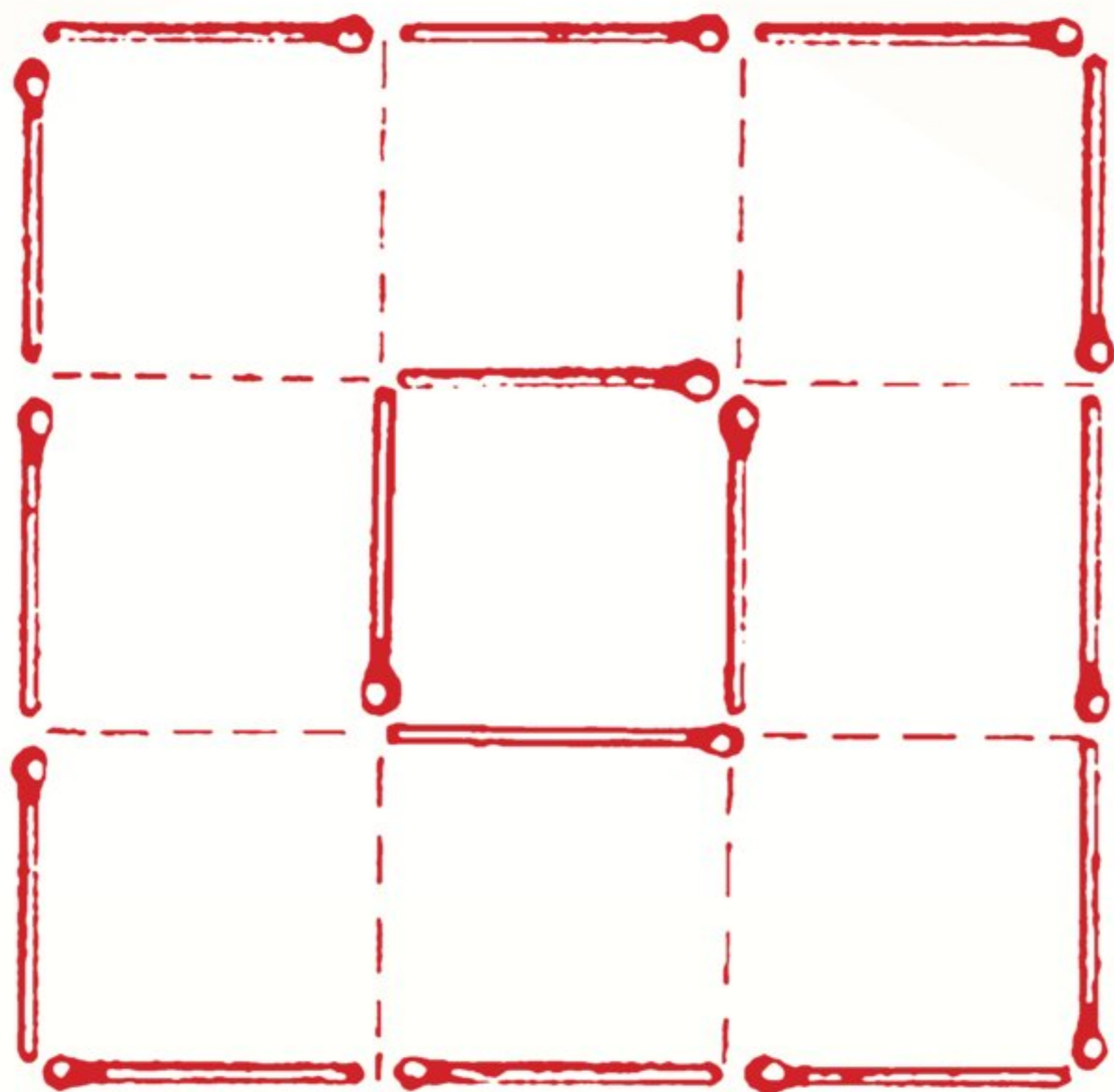


Рис. 12

Решение задачи показано на рис. 12.

РЕШЕНИЕ

ПРОГУЛОЧНАЯ ЯХТА



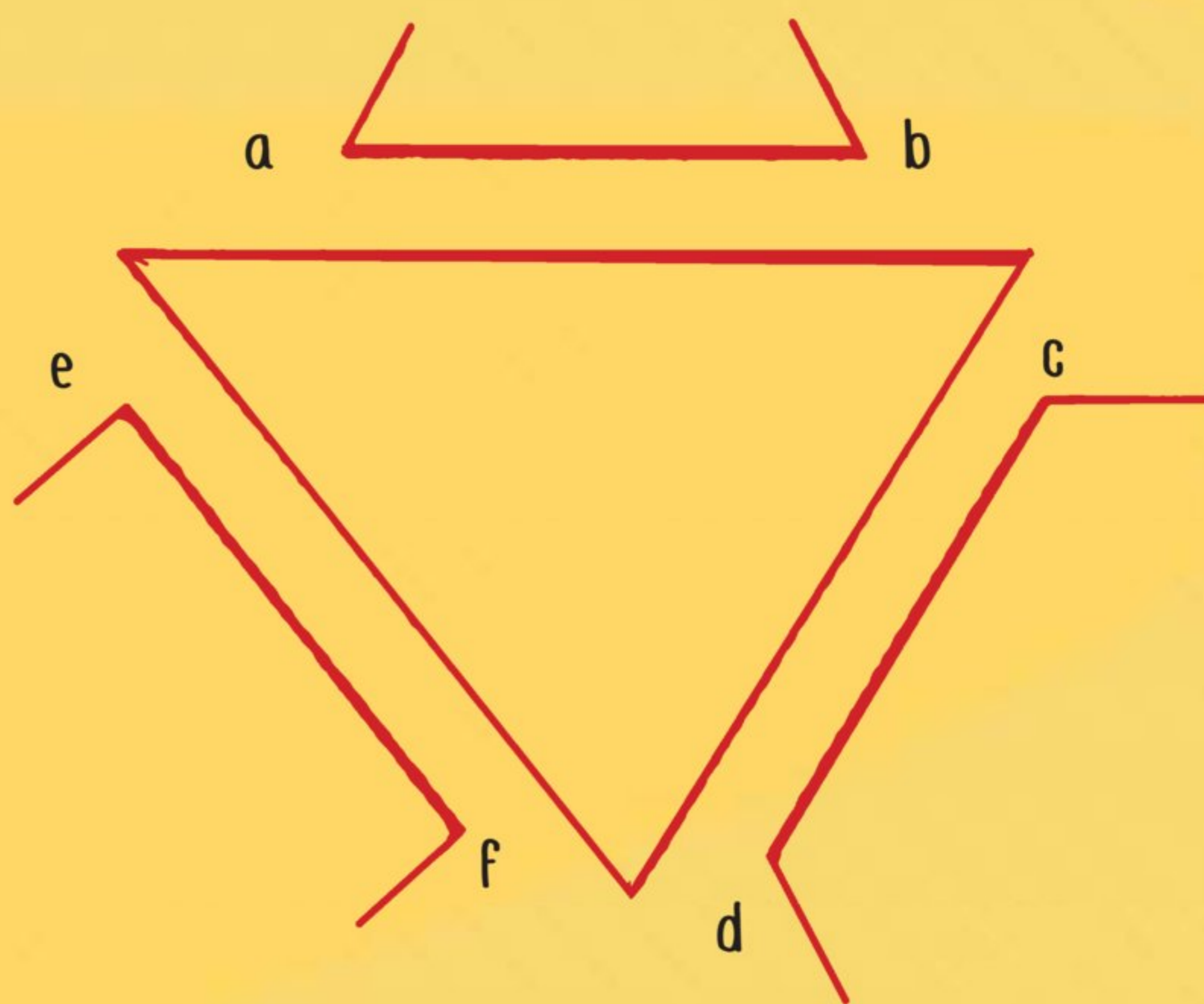
Вы находитесь в каюте стоящей на якоре прогулочной яхты. В час ночи вода была на 1 м ниже иллюминатора и поднималась на 30 см в час. Если эта скорость удваивается каждый час, то за какое время вода достигнет иллюминатора?

Поскольку яхта поднимается вместе с водой, то иллюминатора вода не достигнет.

РЕШЕНИЕ

ЧТО ДЛИННЕЕ?

Какая из линий ab , cd и ef (рис. 13) самая длинная?



Все три линии одинаковой длины.

РЕШЕНИЕ

Рис. 13. Сравните ab , cd и ef

ИГРА НА БИЛЬЯРДЕ

Вы видите здесь геометрические силуэты двух игроков, склонившихся над бильярдным столом. Силуэты игроков и бильярдного стола сложены исключительно из танграмов; в состав каждого из этих трех силуэтов вошли все 7 танграмных фигур. Можете ли вы указать, как эти фигуры сложены?



Рис. 14

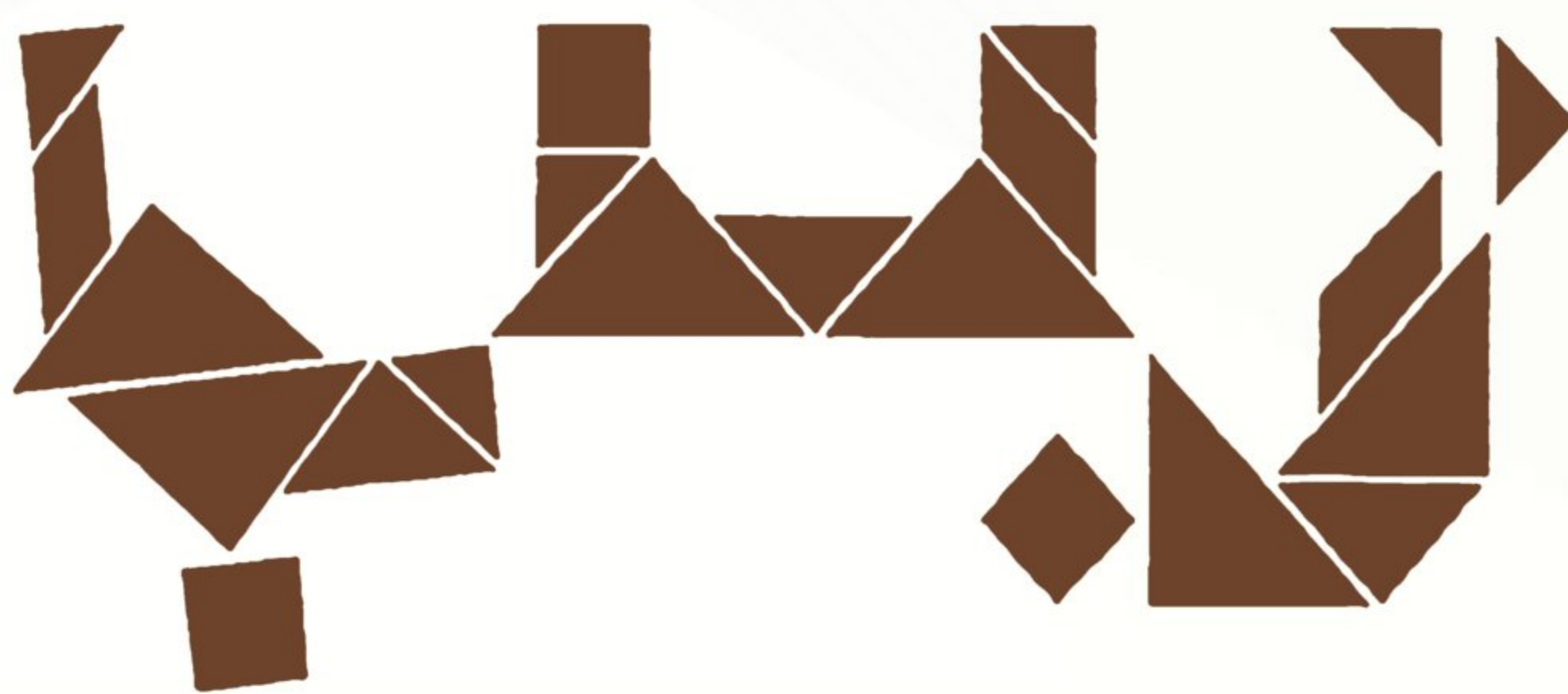


Рис. 15

Вот так складываются фигуры из этой задачи.

РЕШЕНИЕ

ЧИСЛО 99



Как число 99 уменьшить в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий?

Число 99 надо всего лишь перевернуть вверх ногами. Получится 66, а это и есть 99, уменьшенное в полтора раза.

РЕШЕНИЕ

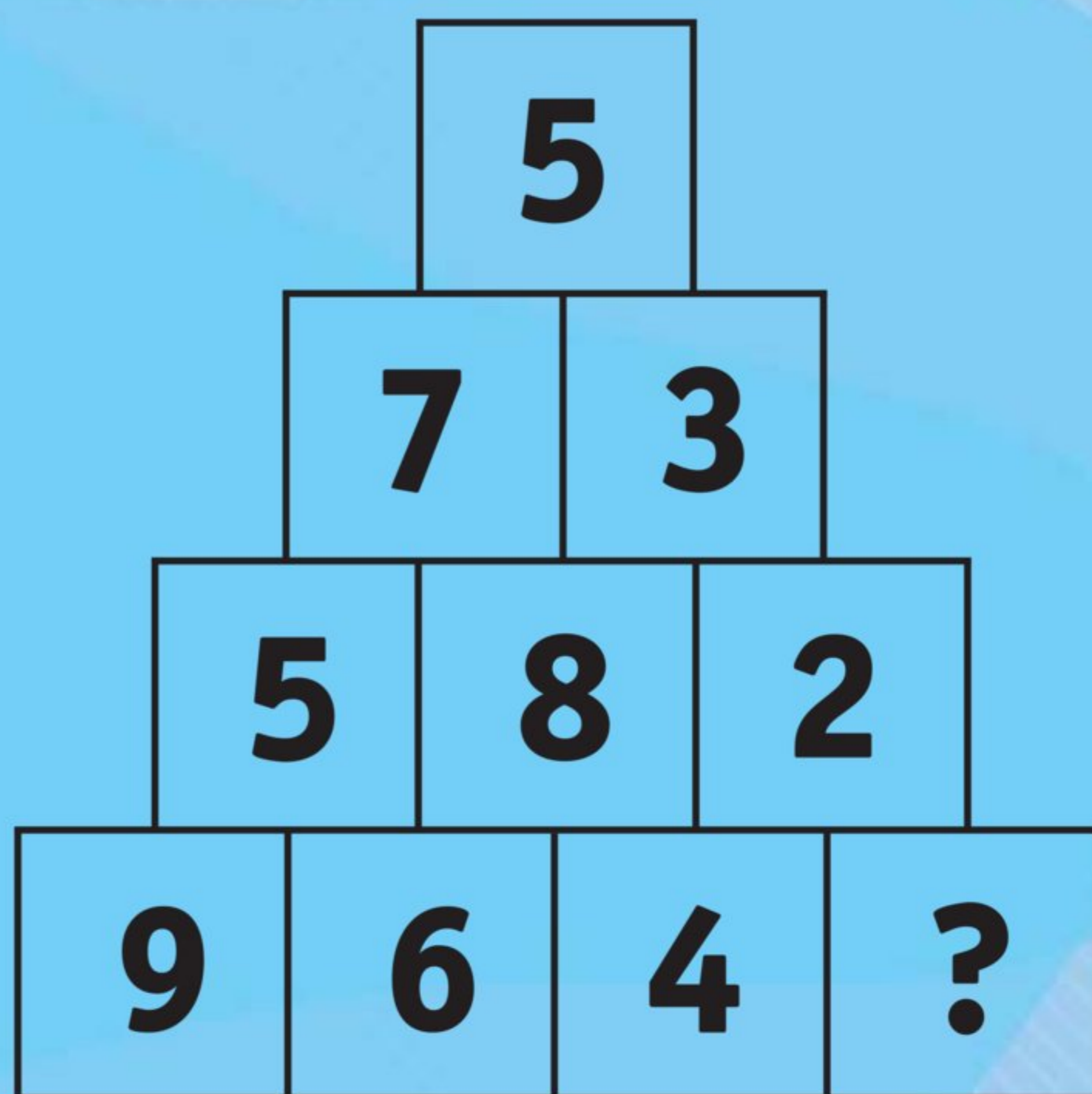


ЛОГИЧЕСКАЯ ПОДСТАНОВКА

Подставьте необходимое число вместо знака вопроса.

Надо подставить число 1. Начиная с верхнего ряда, сумма чисел каждой пары увеличивается на 5 (5, 10, 15, 20).

РЕШЕНИЕ



ОКРУЖНОСТЬ ПАЛЬЦА

Как вы думаете: во сколько раз окружность вашего пальца, например среднего пальца руки, меньше окружности вашего запястья? Попробуйте ответить на этот вопрос, а потом проверьте ответ бечевкой или полоской бумаги. Могу заранее сказать, что вы будете немало смущены результатом проверки. Почему?

Результат проверки смутит вас потому, что обнаружит грубую ошибочность ответа. Вы, наверное, думали, что окружность пальца раз в 5—6 меньше окружности запястья. Между тем нетрудно убедиться, что окружность запястья всего лишь в три раза больше пальца! От чего происходит такой обман зрения — трудно объяснить.

РЕШЕНИЕ



ЧТО В ЦЕНТРАЛЬНОМ КРУЖОЧКЕ?



Определите, какое число должно быть подставлено вместо знака вопроса.

Ответ: 2. Суммы чисел в каждом ряду одинаковы: 5, 10, 15, 20, 15, 10, 5.

РЕШЕНИЕ

КЛЮЧИК ИЗ СПИЧЕК

Переставьте четыре спички так, чтобы из ключа (рис. 16) получилось три квадрата.



Рис. 16

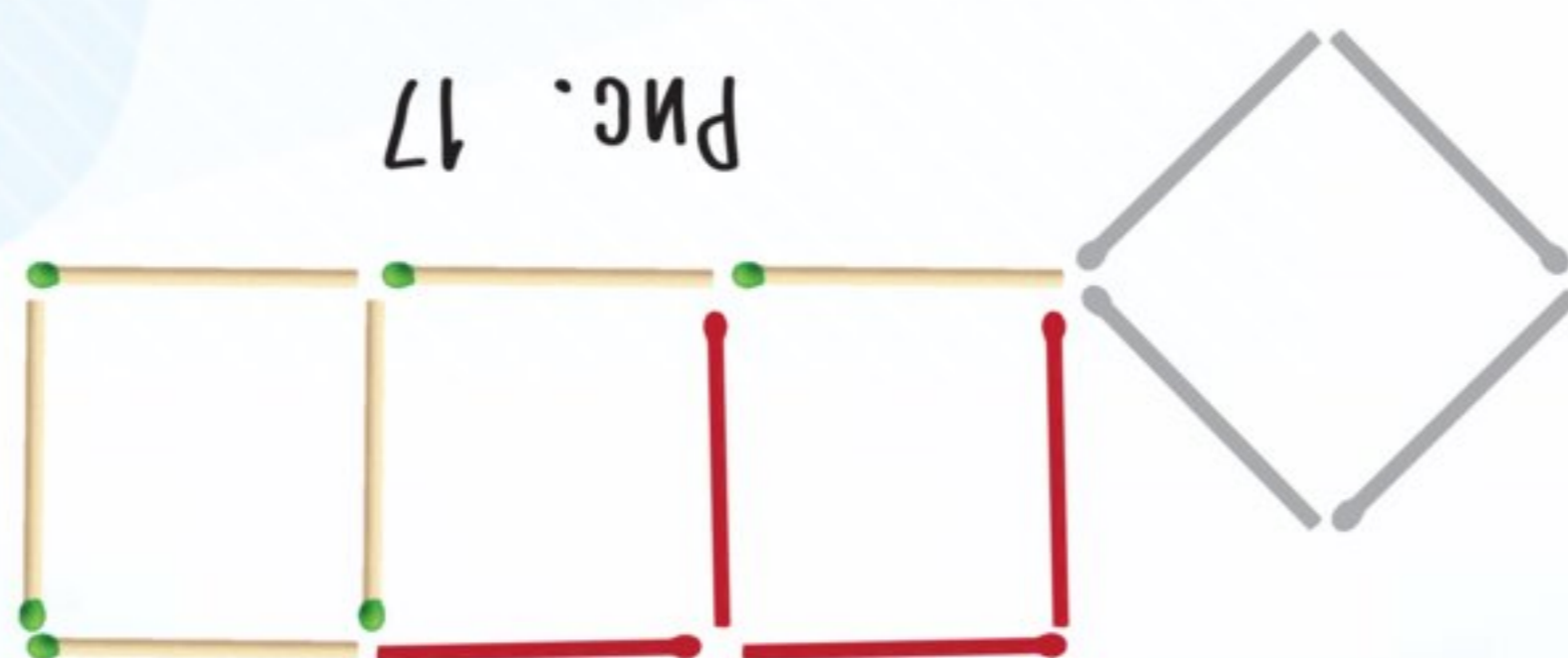


Рис. 17

Смотрите рис. 17.

РЕШЕНИЕ

ДОРОЖКИ САДА

Что длиннее: расстояние между точками А и С или между А и В (рис. 18)?
Сначала дайте ответ, потом измерьте.



Рис. 18. Какая из садовых дорожек длиннее?

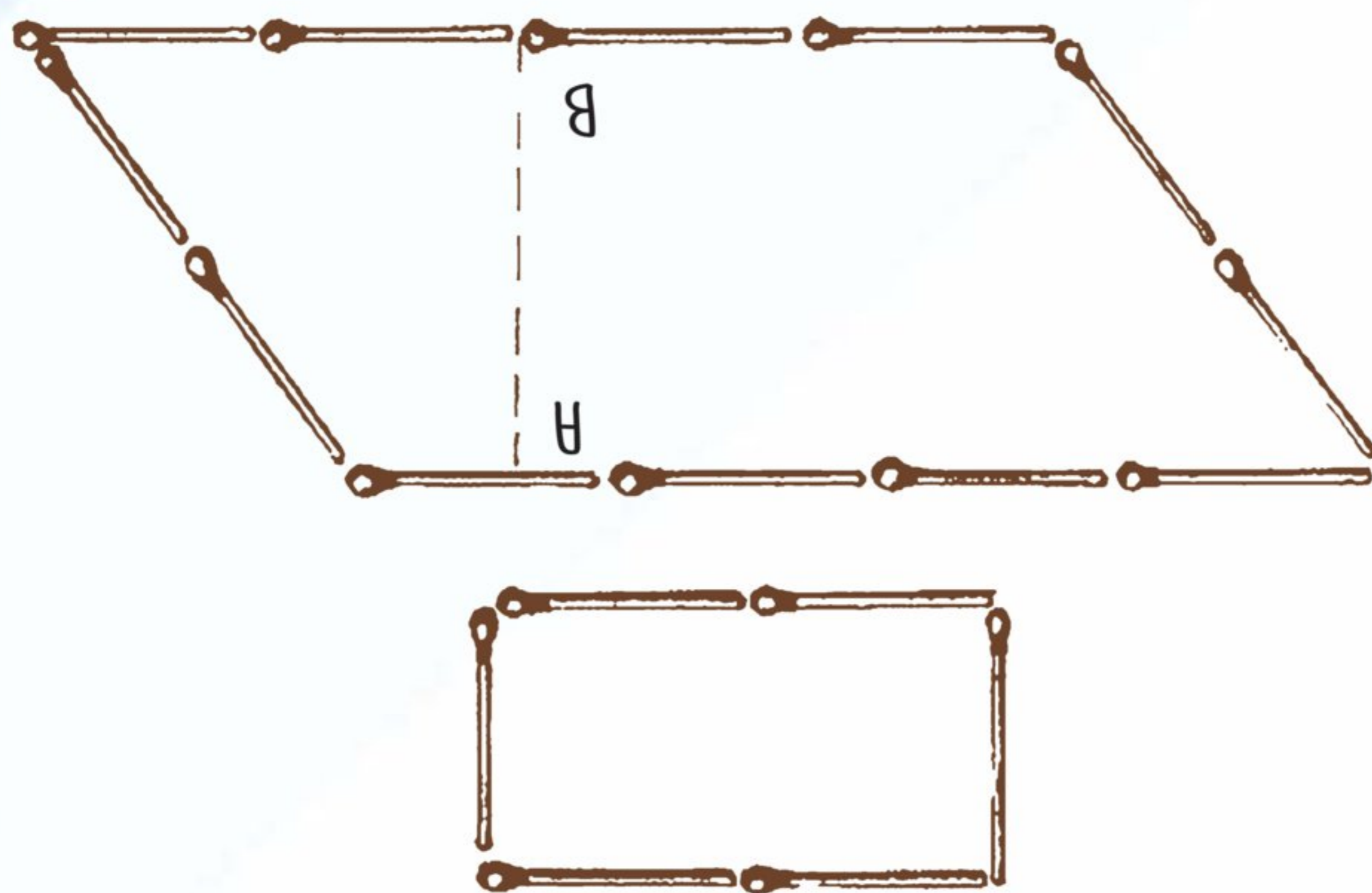
РЕШЕНИЕ

Как ни странно, $AC = AB$.

ИЗ ПОЛУТОРА ДЮЖИН

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спички, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

Рис. 19



Решение этой задачи показано на рис. 19. Площадь верхней фигуры образуют два квадрата, каждый со сторонами в одну спичку. Нижний четырехугольник представляет собой параллелограмм, высота которого $AB = 1\frac{1}{2}$ спички. Площадь параллелограмма по правилу геометрии равна его основанию, умноженному на высоту:

$$4 \times 1\frac{1}{2} = 6, \text{ т. е. втрое больше площади верхнего четырехугольника.}$$

РЕШЕНИЕ

ЦЕНА ПЕРЕПЛЕТА

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 руб. дороже переплета. Сколько стоит переплет?

Обычно, не подумав, отвечают: — Переплет стоит 50 коп. Но ведь тогда книга стоила бы 2 руб., т. е. была всего на 1 руб. 50 коп. дороже переплета! Верный ответ такой: цена переплета — 25 коп., цена книги — 2 руб. 25 коп.

РЕШЕНИЕ



ТРИ РАЗВЕДЧИКА

Однажды трое пеших разведчиков оказались в очень затруднительном положении: им необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата.

Даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать же солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Между тем все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам. Как они это сделали?



РЕШЕНИЕ

Пришлось сделать 6 следующих переправ:

1-я переправа. Оба мальчика подвезают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчику (другой остается на том берегу).

2-я переправа. Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в челнок садится первый солдат, который и переправляется на другой берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я переправа. Оба мальчика переправляются через реку, один из них возвращается с челноком.

4-я переправа. Второй солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я переправа — повторение 3-й.

6-я переправа. Третий солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают переправное катание по реке.

Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

ПЕЧЕНЬЯ ХВАТИТ ВСЕМ!

Как разделить поровну 5 печений между 6 мальчиками, не разрезая ни одного печенья на 6 равных частей?



Если мы из 5 печений 3 разрежем пополам, то получим 6 равных кусков, которые раздадим мальчику. Затем каждое из оставшихся 2 печений разрежем на 3 равных части и опять получим 6 равных кусков, которые тоже раздадим мальчику.

РЕШЕНИЕ

ОСТАВИТЬ ПЯТЬ КВАДРАТОВ

В решетке из спичек, представленной на рис. 20, нужно так убрать 4 спички, не трогая остальных, чтобы осталось 5 квадратов.

Рис. 20

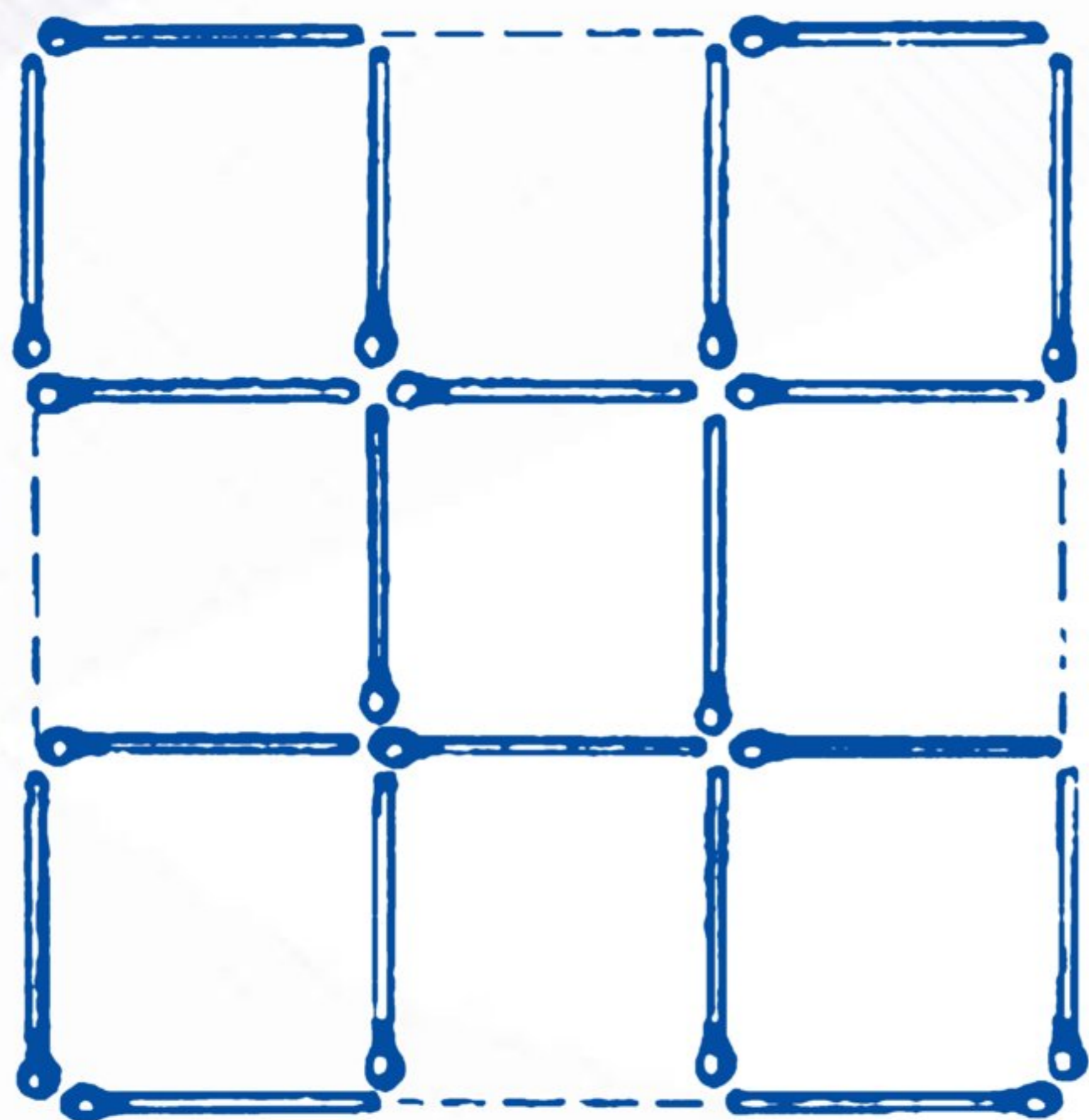
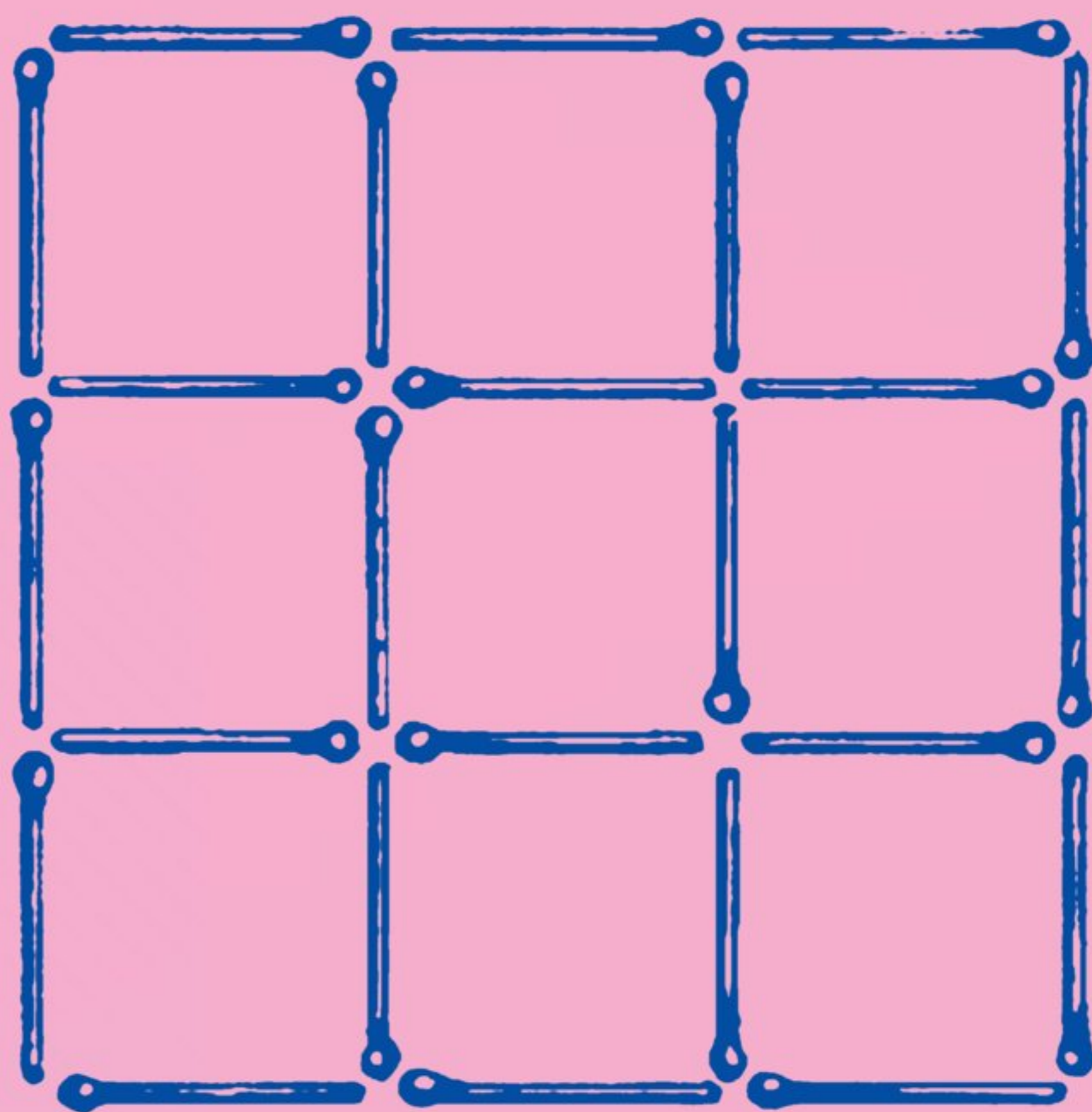


Рис. 21

Решение задачи показано на рис. 21.

РЕШЕНИЕ

СКОЛЬКО МАШИН?

В мастерской отремонтировано в течение месяца 40 машин — автомобилей и мотоциклов. Всех колес выпущено было из ремонта ровно 100.

Спрашивается, сколько было в ремонте автомобилей и мотоциклов?



Если бы все 40 машин были мотоциклы, то общее число колес равнялось бы 80, то есть на 20 меньше, чем в действительности. Замена одного мотоцикла автомобилем влечет за собой увеличение общего числа колес на два: разница уменьшается на два. Очевидно, надо сделать 10 таких замен, чтобы свести разницу к нулю. Итак, автомобилей было 10, а мотоциклов — 30.
 Действительно: $10 \times 4 + 30 \times 2 = 100$.

РЕШЕНИЕ

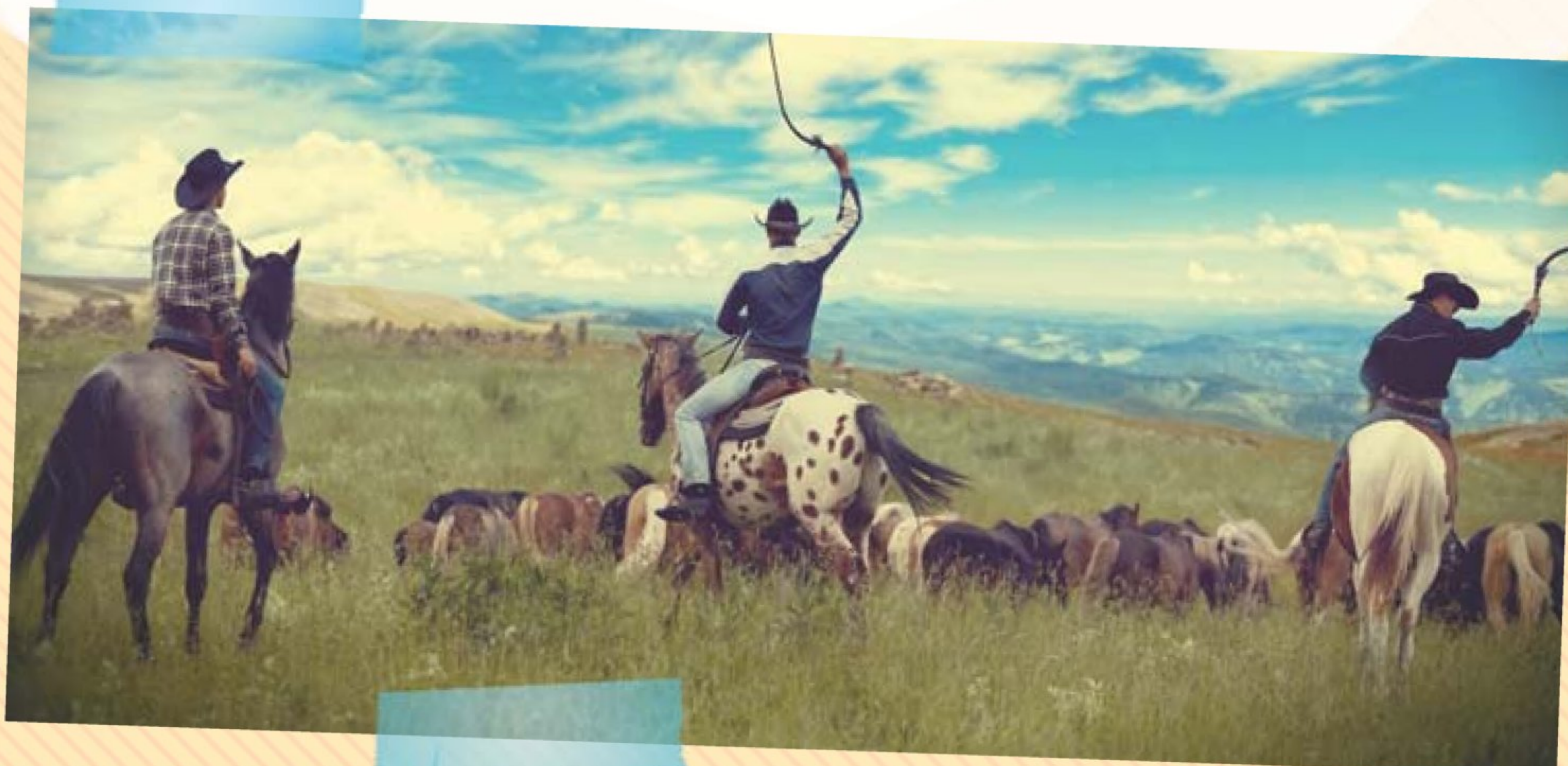
ГОЛОВЫ И НОГИ

На лугу паслись лошади под присмотром пастухов. Если бы вы пожелали узнать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов — лошадиных и человеческих — 26. Сколько на лугу лошадей и сколько пастухов? Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-пастухов на лугу не было.

Если бы все 26 голов на лугу были бы человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е. на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадей число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену 15 раз, тогда и найдётся недостающие 30 ног.

Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальных 11 — людям.

РЕШЕНИЕ



ЛУННЫЙ СЕРП

Фигуру лунного серпа (рис. 22) требуется разделить на 6 частей, проведя всего только две прямые линии. Как это сделать?

Рис. 22.

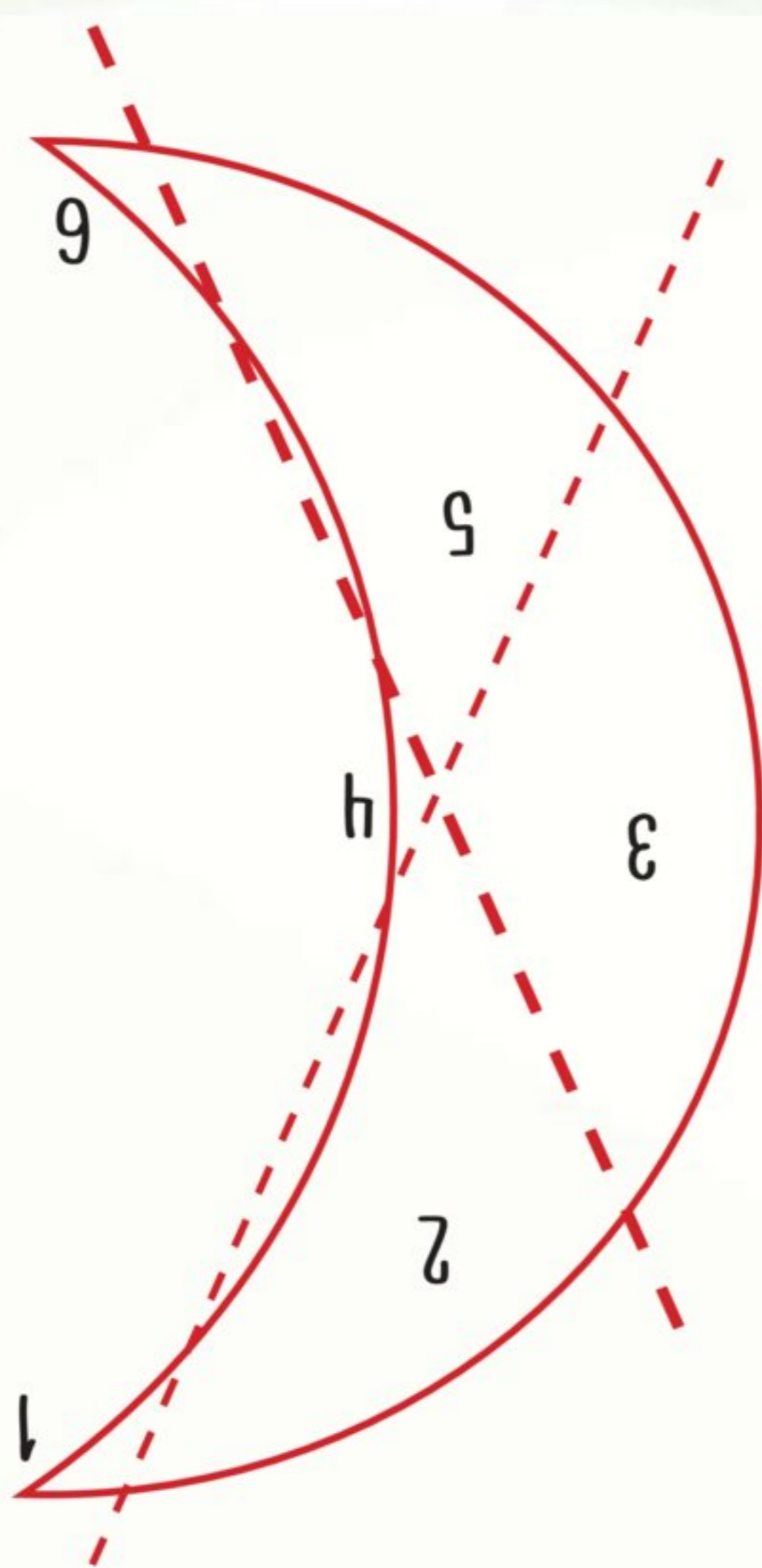


Рис. 23. Как разделить полумесяц (лунный серп)

Сделать надо так, как показано на рис. 23. Получаются 6 частей, которые для наглядности пронумерованы.

РЕШЕНИЕ

ВЕС БРЕВНА

Круглое бревно весит 30 кг. Сколько весит бревно, если оно вдвое толще, но вдвое короче нашего?



Обычно отвечают, что бревно вдвое толще, но вдвое более короткое, не должно изменить своего веса. Однако это неверно. От увеличения поперечника вдвое объем круглого бревна увеличивается вчетверо; от укорочения же вдвое объем уменьшается всего в два раза. Поэтому толстое короткое бревно должно быть вдвое тяжелее длинного тонкого, т. е. весить 60 кг.

РЕШЕНИЕ

БЕЛАЯ МЫШЬ

Все 13 мышей, окружающие эту кошку, обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке, а именно: каждый раз она отсчитывает 13-ю мышь по кругу в том направлении, в каком эти мыши глядят, и съедает ее. С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последней?

Рис. 24. Кошка и мышки



Кошка должна съесть первой пятую мышь, считая от белой.

РЕШЕНИЕ

РАКОВИНА И БУСИНЫ

Три детских кубика и 1 раковина уравниваются 12 бусинами (рис. 25), 1 раковина весит столько же, сколько 1 кубик и 8 бусинок (рис. 26).



Рис. 25

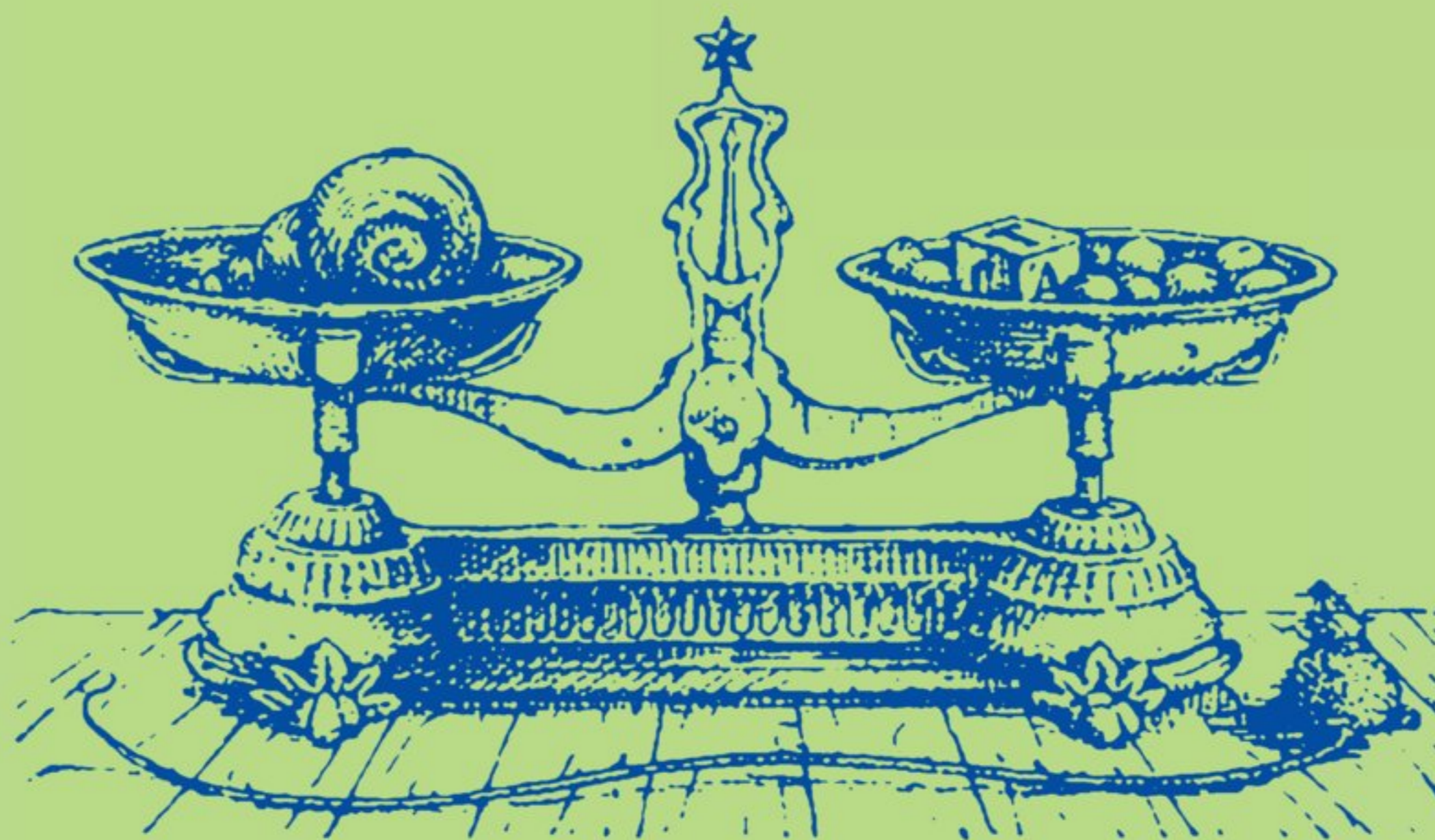


Рис. 26

Сколько бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

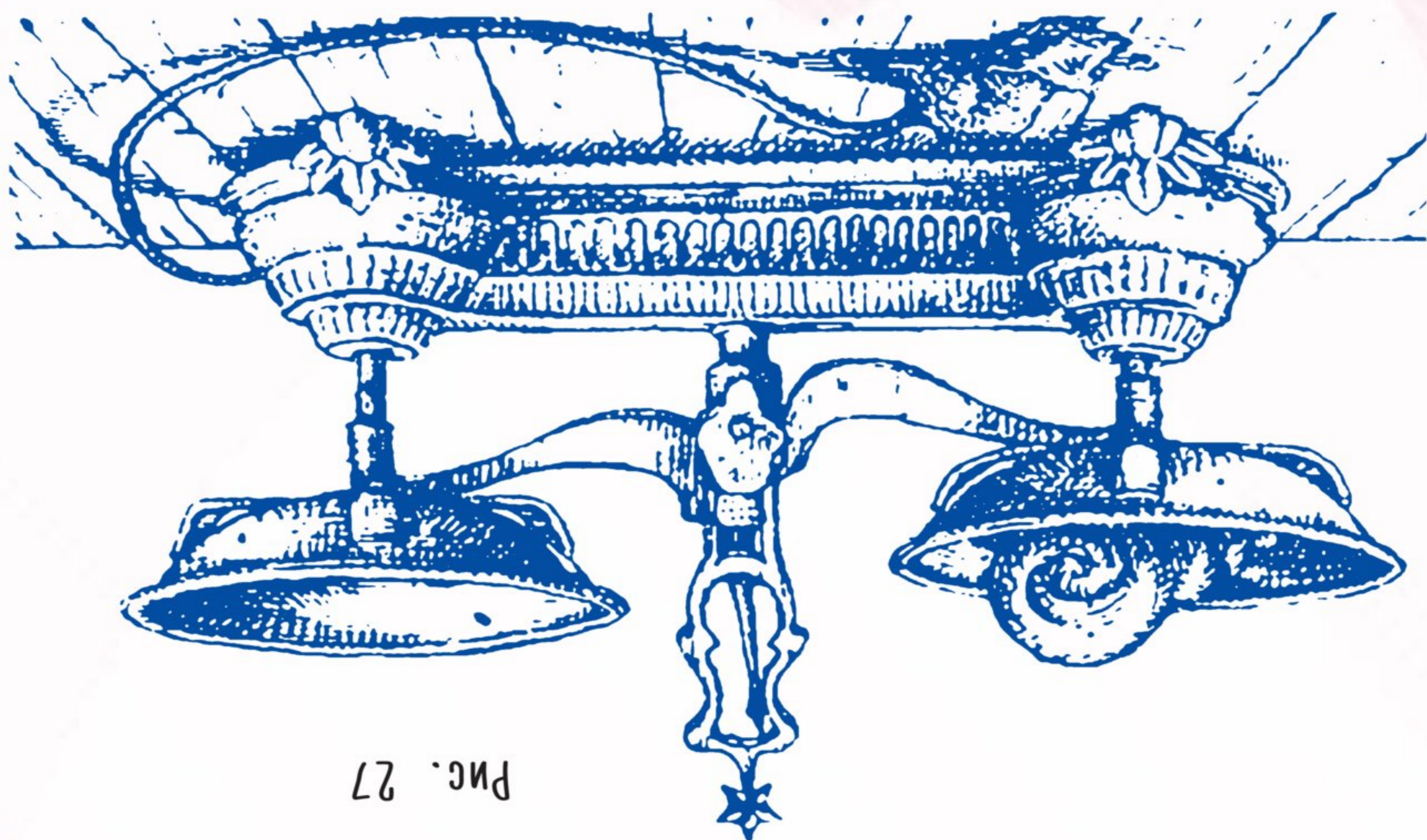


Рис. 27

Сравните первое и второе взвешивания. Вы видите, что раковину при первом взвешивании можно заменить 1 кубиком и 8 бусинами, потому что они имеют одинаковый вес. После такой замены у нас окажется на левой чашке 4 кубика и 8 бусин, которые будут уравновешиваться 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по 8 бусин, мы не нарушим равновесия; останется же у нас на левой чашке 4 кубика, на правой — 4 бусины. Значит, кубик и бусина весят одинаково.

Теперь определим, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) на правой чашке кубик бусиной, узнаем, что вес раковины = весу 9 бусин.

Полученный результат легко проверить: замените при первом взвешивании кубики и раковины на левой чашке соответственным числом бусин — получите $3 + 9 = 12$ бусин, как и должно быть.

РЕШЕНИЕ

СТАКАН ГОРОХА

Вы много раз держали в руках горошину и не менее часто имели дело со стаканом. Размеры того и другого вам должны быть поэтому хорошо знакомы. Представьте теперь стакан, доверху наполненный горохом, и вообразите, что все эти горошины поставлены в один ряд, вплотную одна к другой. Как вы думаете: этот ряд окажется длиннее обеденного стола или короче?



Ряд горошин будет гораздо длиннее стола. Диаметр горошины варьруется от $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{3}$ см. Если остановиться на первом размере, то в кубике с ребром в 1 см должно уместиться не менее $2 \times 2 \times 2 = 8$ горошин. Следовательно, в стакане емкостью 200 см³ число горошин должно быть не меньше 1600. Расположив их в один ряд, получим цепочку длиной $\frac{1}{2} \times 1600 = 800$ см, или 8 м, — расстояние гораздо длиннее любого стола. Если исходить из размера горошины $\frac{1}{3}$ см, то в кубическом сантиметре поместятся их не менее $3 \times 3 \times 3 = 27$, а в стакане — не менее $27 \times 200 = 5400$. Длина ряда из 5400 таких горошин равна $\frac{1}{3} \times 5400 = 1800$ см, или 18 м, — еще больше, чем в случае крупных горошин.

РЕШЕНИЕ

КАКАЯ БУКВА ЧЕРНЕЕ?

Рис. 28 дает возможность познакомиться с одним несовершенством нашего глаза — астигматизмом. Если взглянете на него одним глазом, то из четырех букв этой надписи не все, вероятно, покажутся вам одинаково черными. Заметьте, какая буква всего чернее, и поверните рисунок боком. Произойдет неожиданная перемена: самая черная буква станет серой и чернее прочих покажется теперь уже другая буква. На самом же деле все четыре буквы одинаково черны, они только заштрихованы в различных направлениях. Если бы глаз был так же безупречно устроен, как дорогие стеклянные объективы, то направление штрихов не отражалось бы на черноте букв. Но глаз наш по различным направлениям не вполне одинаково преломляет лучи, а потому мы не можем сразу видеть одинаково отчетливо и вертикальные, и горизонтальные, и косые линии.



Рис. 28. Смотрите на эту надпись одним глазом. Одна из букв представится вам более черной, нежели остальные

Редко у кого глаза совершенно свободны от этого недостатка, а у некоторых людей астигматизм достигает такой сильной степени, что заметно мешает зрению, понижая его остроту. Таким лицам приходится, чтобы ясно видеть, носить специальные очки.

У глаза есть и другие органические недостатки, которых при изготовлении оптических приборов мастера умеют избегать. Знаменитый Гельмгольц выразился по поводу этих недостатков так: «Если бы какой-нибудь оптик вздумал продать мне инструмент, обладающий такими недостатками, я счел бы себя вправе самым резким образом выразиться о небрежности его работы и возвратит ему его прибор с протестом».

Но и кроме этих иллюзий, которые обусловлены известными недостатками строения, глаз наш поддается так же целому ряду обманов, имеющих совершенно иные причины.



СОМНИТЕЛЬНЫЕ КВАДРАТЫ

Учитель черчения задал школьнику работу: начертить два равных квадрата и заштриховать их. Школьник выполнил работу так, как показано на рис. 29. Он был уверен, что это квадраты и притом равные. Почему он так думал?

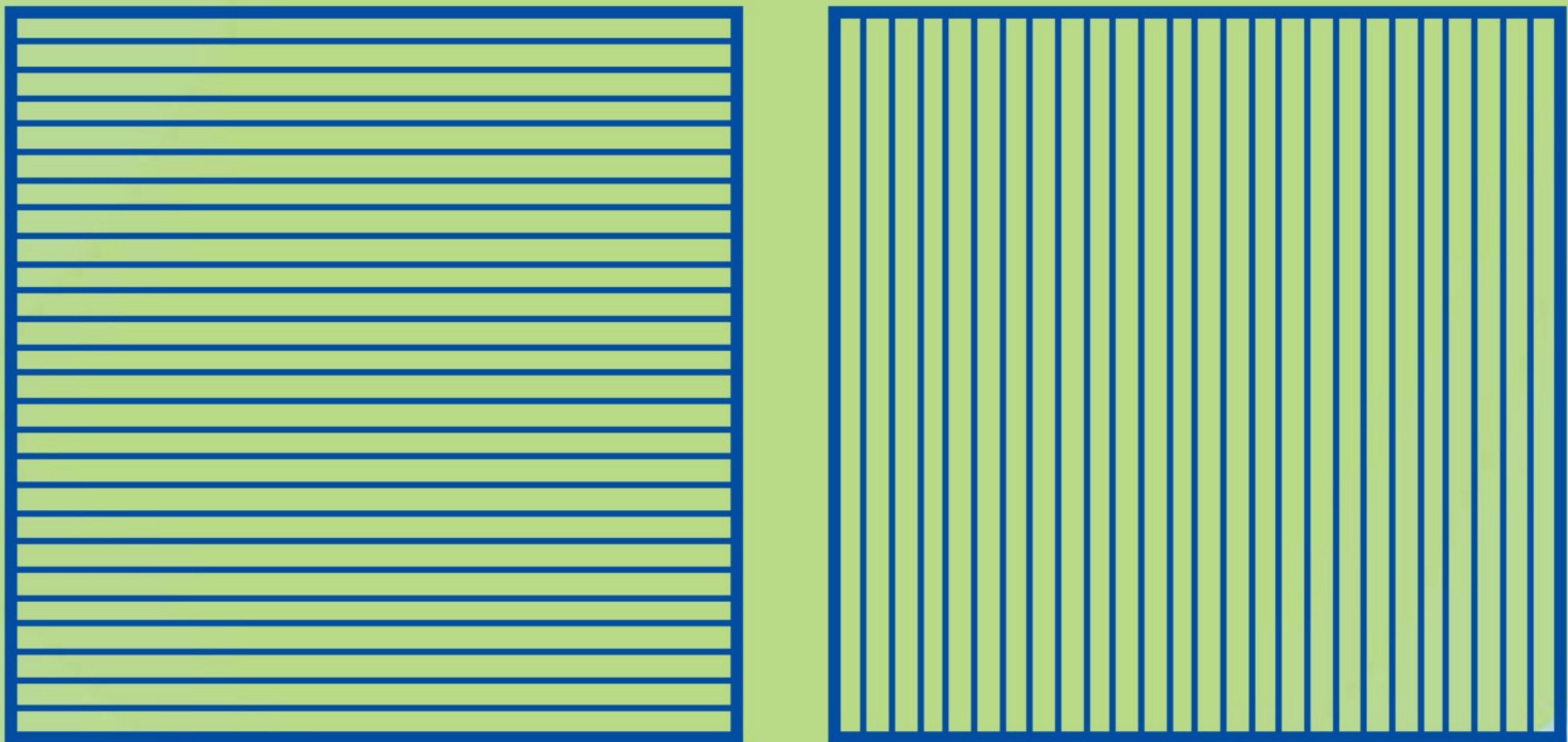


Рис. 29

Квадраты действительно равны.

РЕШЕНИЕ

ТЕМНЫЕ ПЯТНА

Другой школьник должен был начертить несколько рядов черных квадратов, разделенных белыми полосками. Вот как он выполнил эту работу — рис. 30.

Вы видите, однако, что близ углов квадратов, в том месте, где пересекаются белые полоски, имеются темноватые пятна. Школьник уверял, что он их не делал.

Откуда же они взялись?

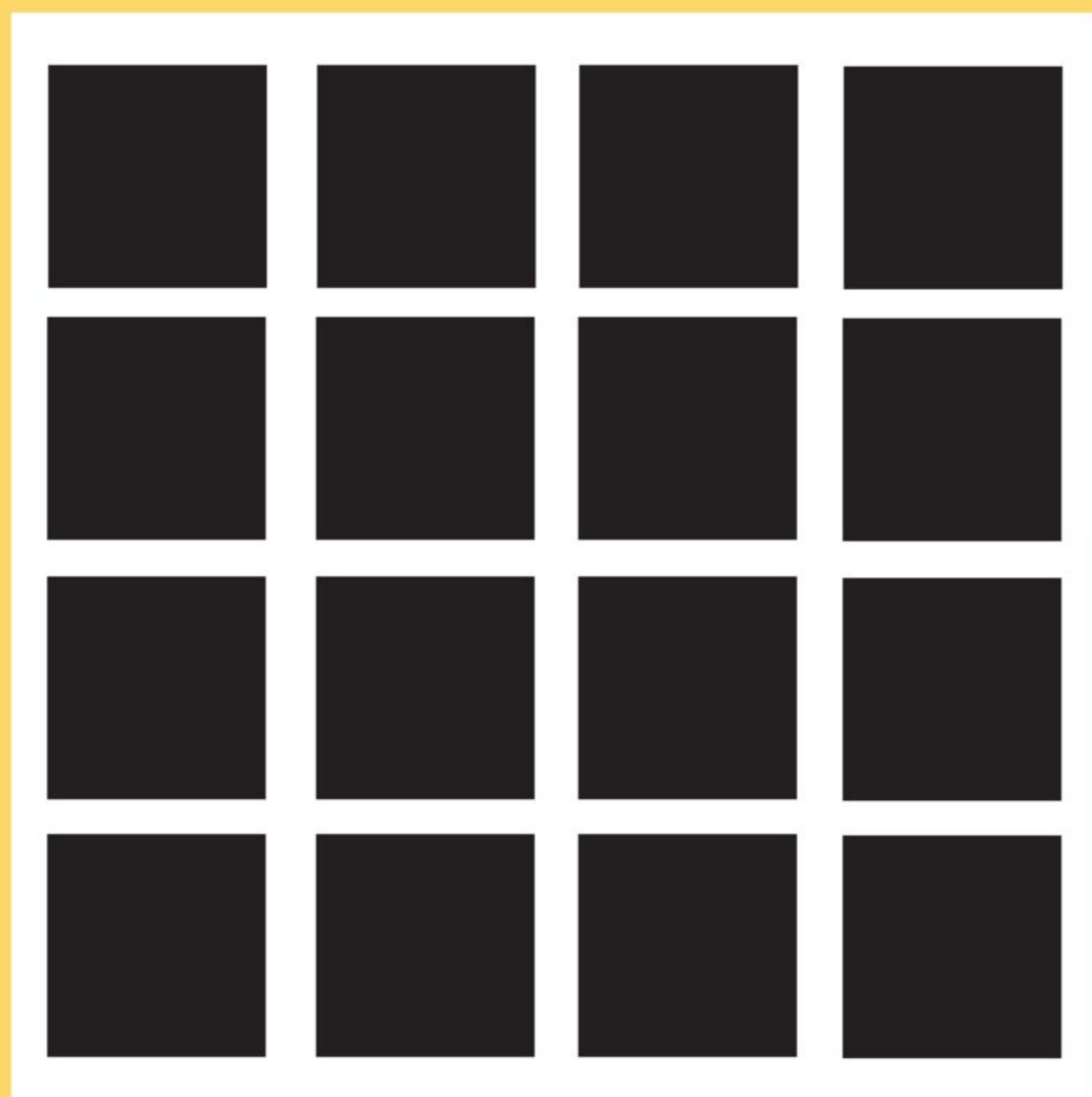


Рис. 30

Темных пятен никто не делал, и в действительности их нет. Мы видим их только из-за обмана зрения.

РЕШЕНИЕ

ЗАБАВНЫЕ ОБЕЗЬЯНЫ

Обезьяны забавлялись. Одна восьмая часть в квадрате их бегала по лесу. Остальные 12 кричали на вершине холма. Сколько всего обезьян?



Обезьян было 16.

РЕШЕНИЕ

ЧЕТЫРЕ ФИГУРЫ

Какая из этих четырех фигур (рис. 31) самая большая и какая самая маленькая?

Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

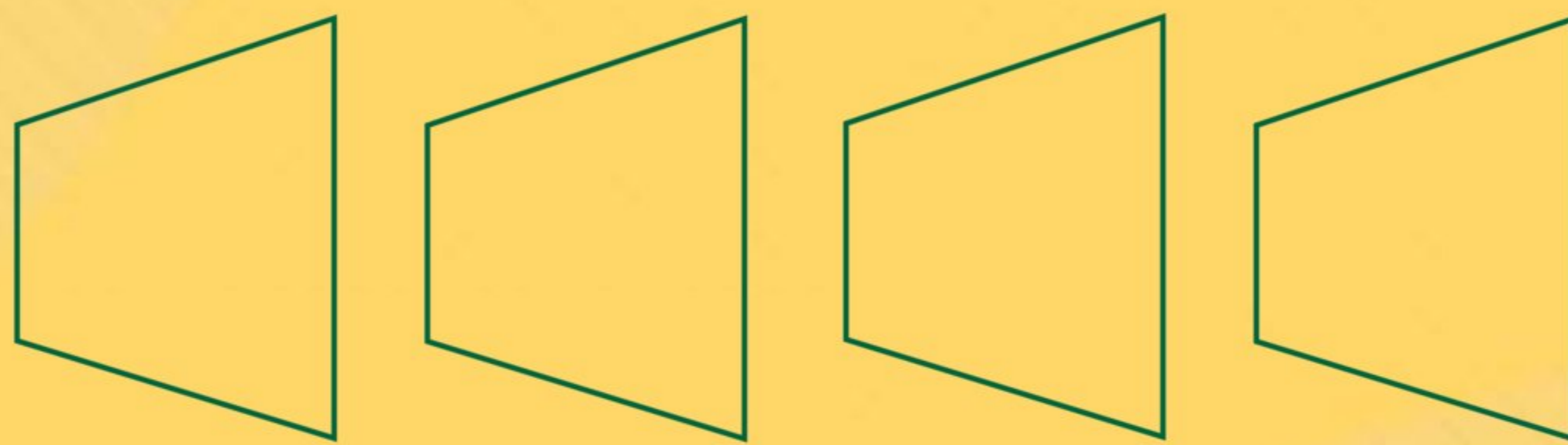


Рис. 31. Какая из четырех фигур самая большая и какая — самая маленькая?

Все четыре фигуры одинаковой величины, хотя нам и кажется, что они уменьшаются слева направо. В каждой паре правая фигура представляется меньше оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

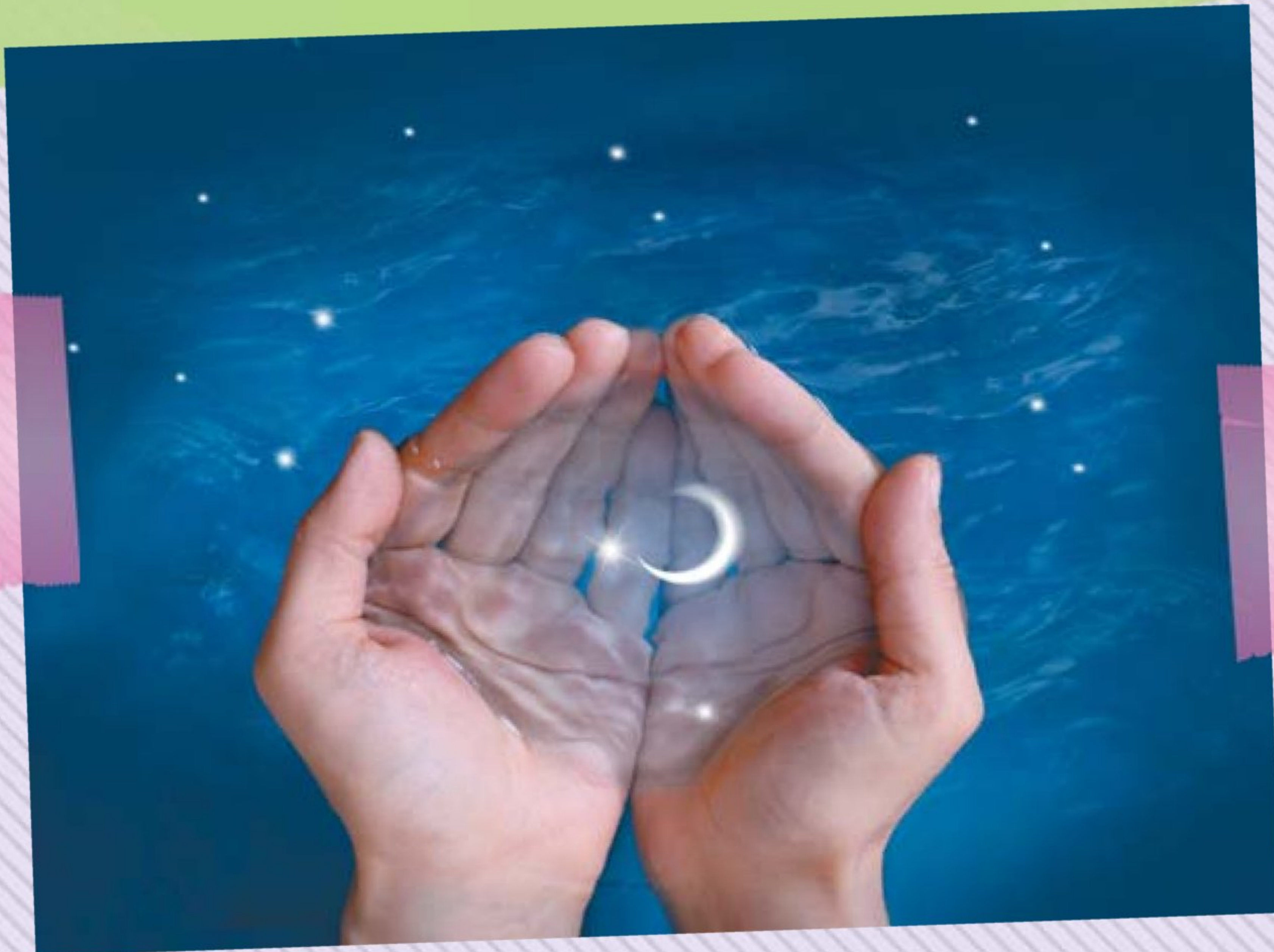
РЕШЕНИЕ

ПАРОХОД И ПЛОВЕЦ НА ЛУНЕ

На Луне все вещи весят в 6 раз меньше, чем на Земле, так как Луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Килограмм, перенесенный на Луну, весил бы там всего 160 г.

Вообразите, что на Луне существует озеро с пресной водой. На озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах имеет осадку 3 м. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде лунного озера?

Заодно решите еще и такую задачу: где не умеющий плавать человек может утонуть скорее — в земном озере или в нашем воображаемом лунном?



Пароход сделался бы на льду в 6 раз легче — но это вовсе не значит, что он будет гораздо медленнее идти в лунном озере. Ведь и вода должна была бы на льду весить в 6 раз меньше, чем на земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда): следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода — он будет иметь осадку, равную тем же трем метрам. Точно так же ничто не изменится и для лодки: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. И значит, лавяность человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.

РЕШЕНИЕ

КНИЖНЫЙ ЧЕРВЬ

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8 томах, том к тому. Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего.

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором — 640, а в третьем — 670?



Рис. 32. Собрание сочинений А. С. Пушкина в восьми томах и книжный червь

Рис. 33. Складко́ страниц и крышек переплета
пропорьез книжный червь?



Казалось бы, надо просто сложить страницы трех томов — и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы. Вы видите, что 1-я страница тома I примыкает к 640-й странице тома II, а последняя страница тома III находится рядом с первой страницей тома II. И если червь продолжал ход от 1-й страницы тома I до последней страницы тома II, то он пропорьез всего только 640 страниц среднего тома да еще 4 крышки переплета, не более.

РЕШЕНИЕ

КУБИЧЕСКИЙ МЕТР

В одной школе учитель задал вопрос: какой высоты получился бы столб, если поставить один на другой все миллиметровые кубики, содержащиеся в кубическом метре?

— Он был бы выше Эйфелевой башни (300 м)! — воскликнул один школьник.

— Даже выше Монблана (5 км), — ответил другой. Кто из них ошибся больше?



Оба ответа далеки от истины, потому что столб получился бы в сто раз выше самой высокой горы на земле. Действительно, в кубическом метре миллиард кубических миллиметров ($1000 \times 1000 \times 1000$). Поставленные один на другой, они образовали бы столб высотой 1 000 000 000 мм, или 1 000 000 см, или 1000 км!

РЕШЕНИЕ

ШЕСТЬ КВАДРАТОВ

Уберите шесть спичек так (рис. 34), чтобы осталось только два квадрата.

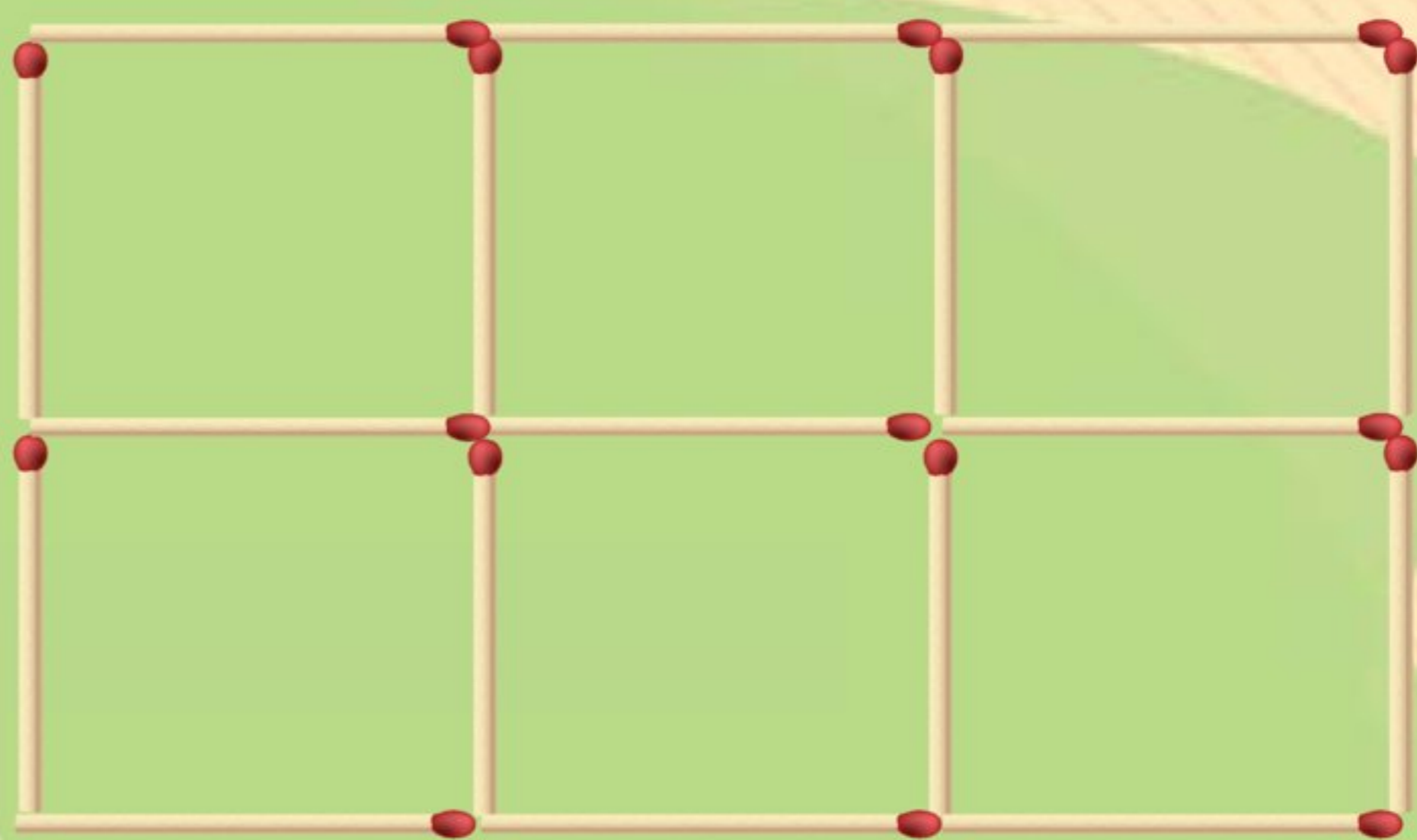


Рис. 34

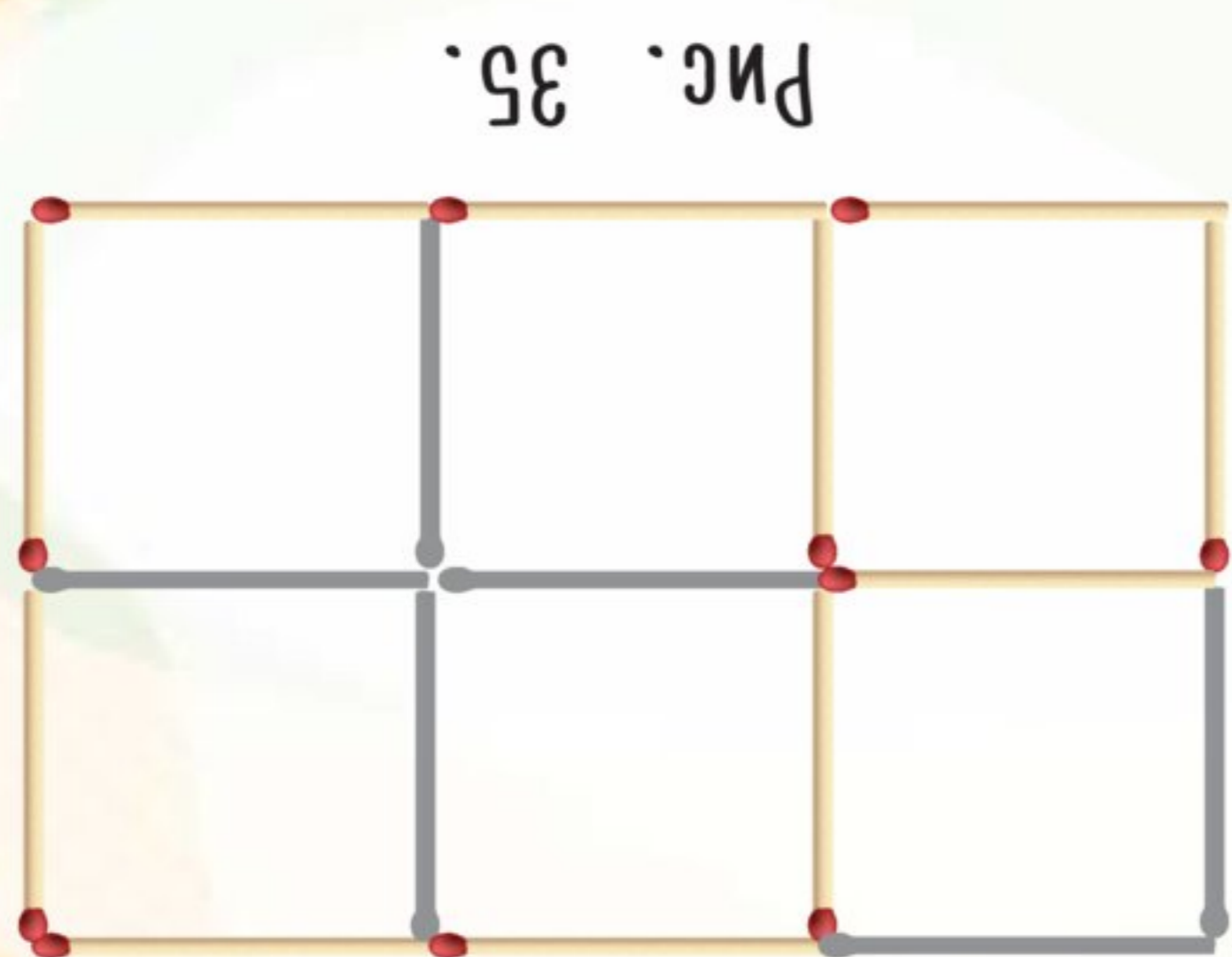


Рис. 35.

РЕШЕНИЕ

Смотрите
рис. 35.

ТРИ ПОЛОСКИ

Какая из трех бумажных полосок, изображенных на рис. 36, самая длинная?

Рис. 36.
Что длиннее?Все полоски
одинаковой
длины.

РЕШЕНИЕ

НЕОБХОДИМОЕ ЧИСЛО

Подставьте необходимое число вместо знака вопроса.

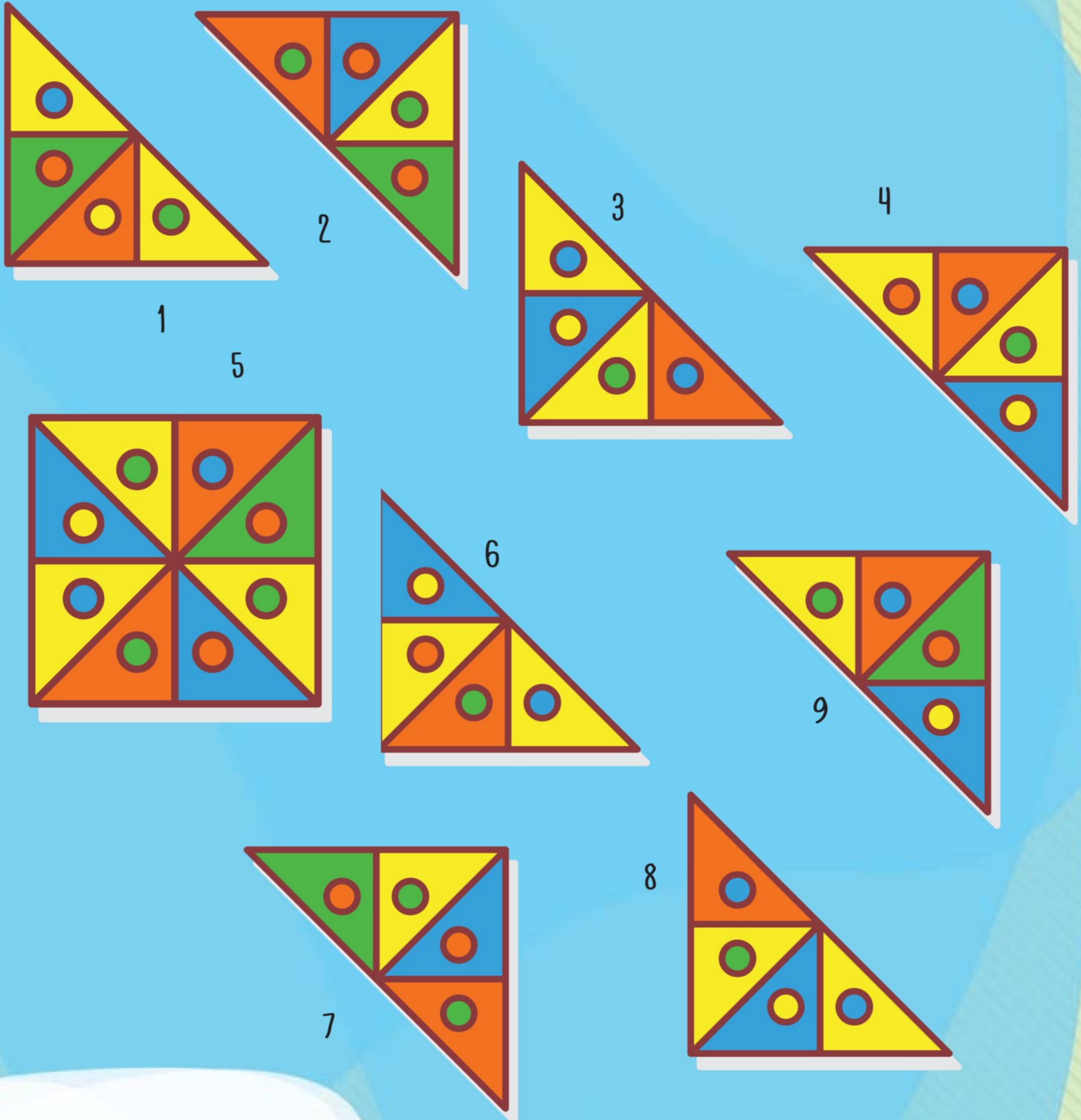
3	1	4
7	2	9
1	5	?

Число 6. Числа в правом столбце
получаются путем сложения чисел
левого и центрального столбцов.

РЕШЕНИЕ

СОСТАВНОЙ РИСУНОК

Из каких двух элементов составлена фигура 5?



Она составлена из элементов 7, 8.

РЕШЕНИЕ

ГДЕ СЕРЕДИНА?

Школьника спросили, где находится середина высоты начерченного здесь треугольника (рис. 37). Он указал место, обозначенное на фигуре черточкой. Поправьте мальчика, определив середину на глаз, а затем проверьте его и себя линейкой.



Рис. 37. Где же середина?

Середина указана правильно.

РЕШЕНИЕ

ПАРКЕТЧИК

Паркетчик вырезал квадраты из дерева и проверял свою работу, сравнивая длины их сторон (рис. 38). Если все четыре стороны были равны, то он считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

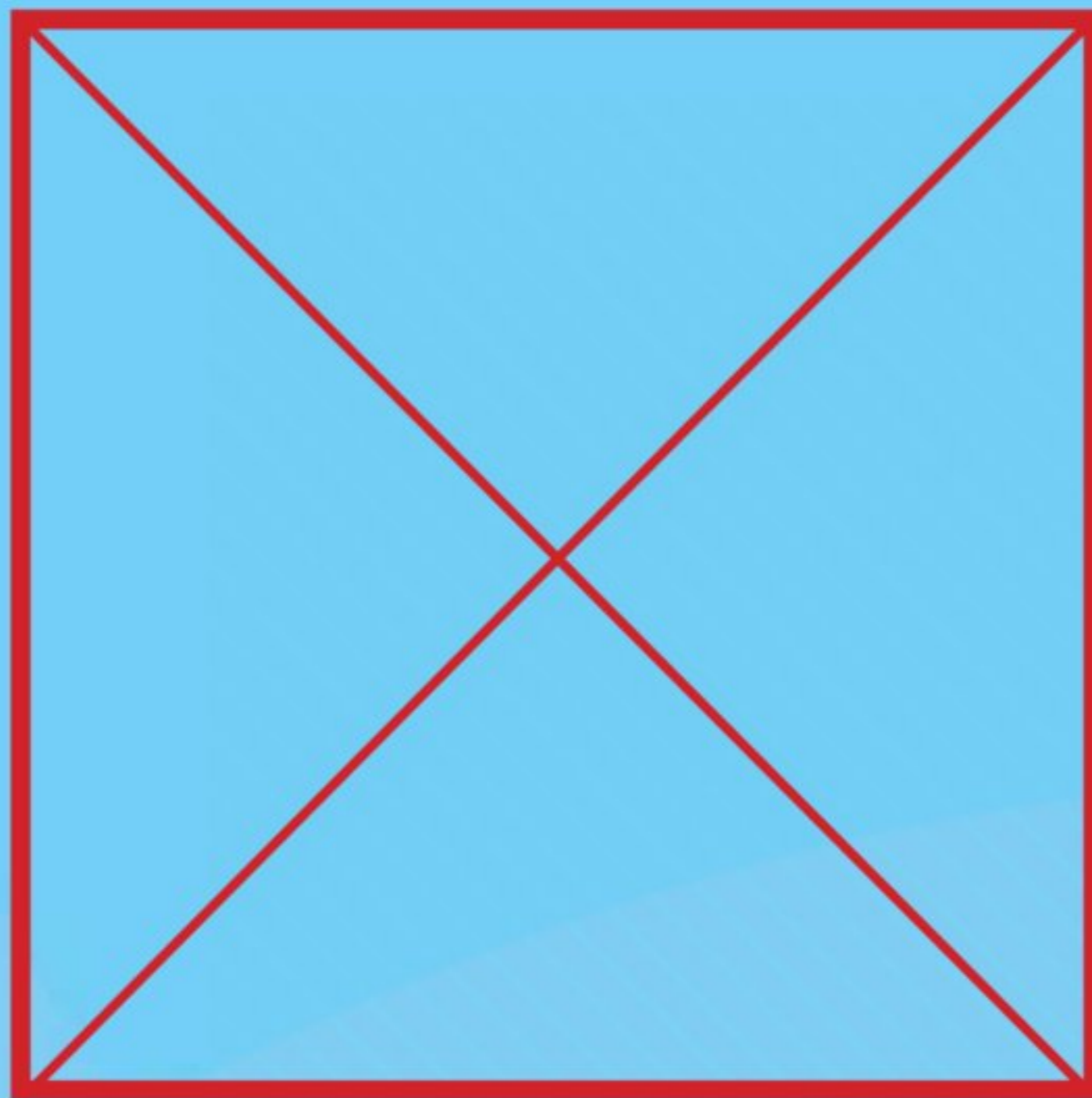
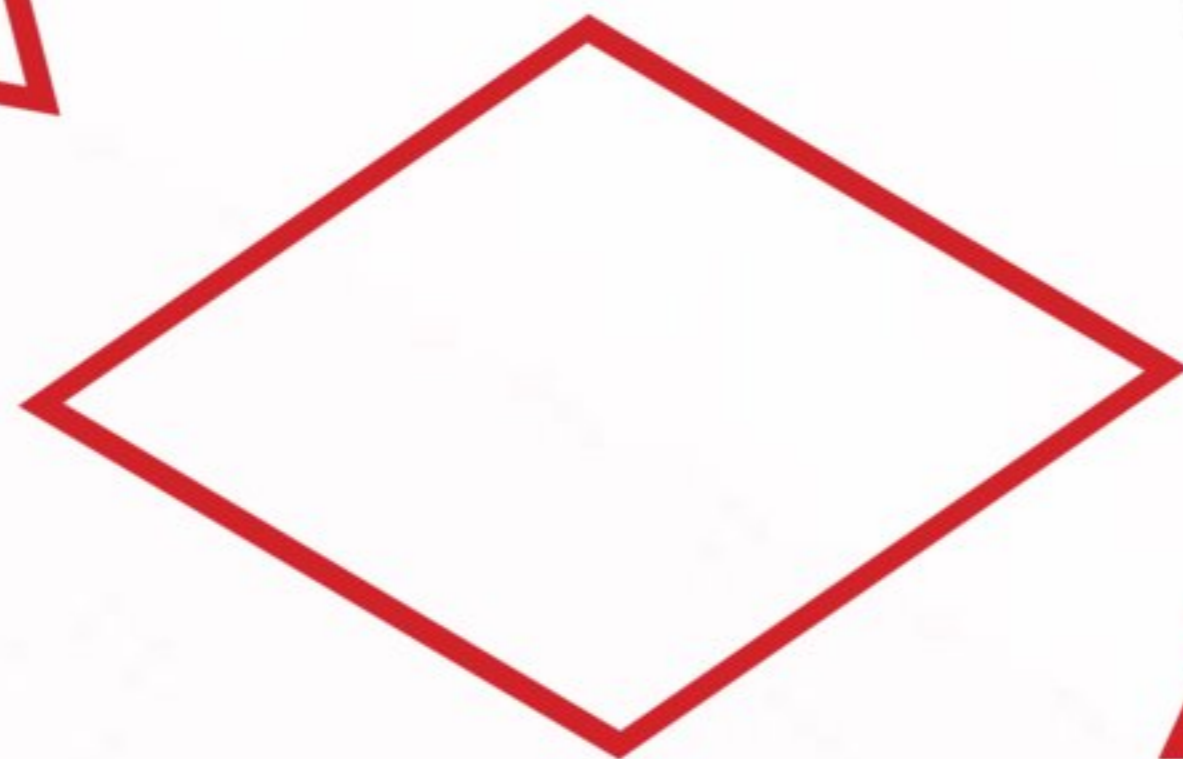


Рис. 38



Рис. 39



Такая проверка недостаточна. Четырёхугольник может выдержать это испытание, и не будучи квадратом. Вы видите на рис. 39 примеры четырёхугольников, у которых все стороны равны, но углы не прямые. В геометрии фигуры с четырьмя равными сторонами называются ромбами. Каждый квадрат есть ромб, но не каждый ромб есть квадрат.

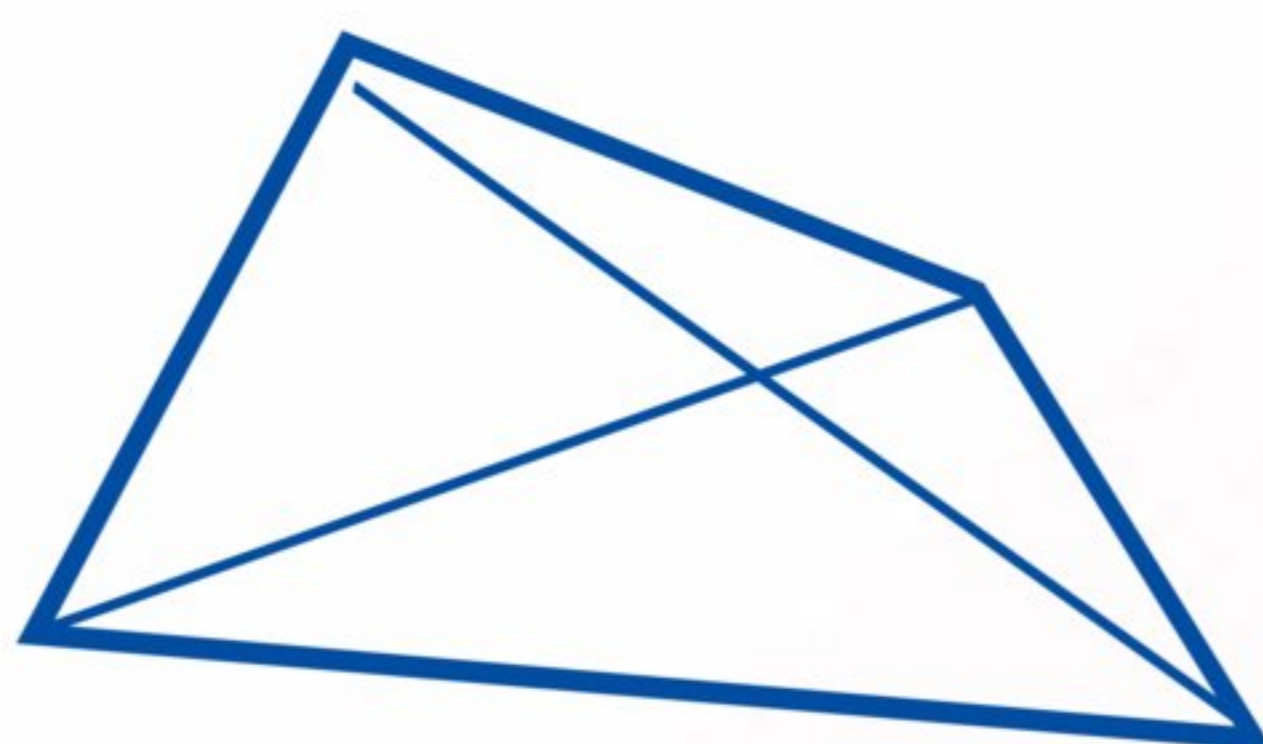
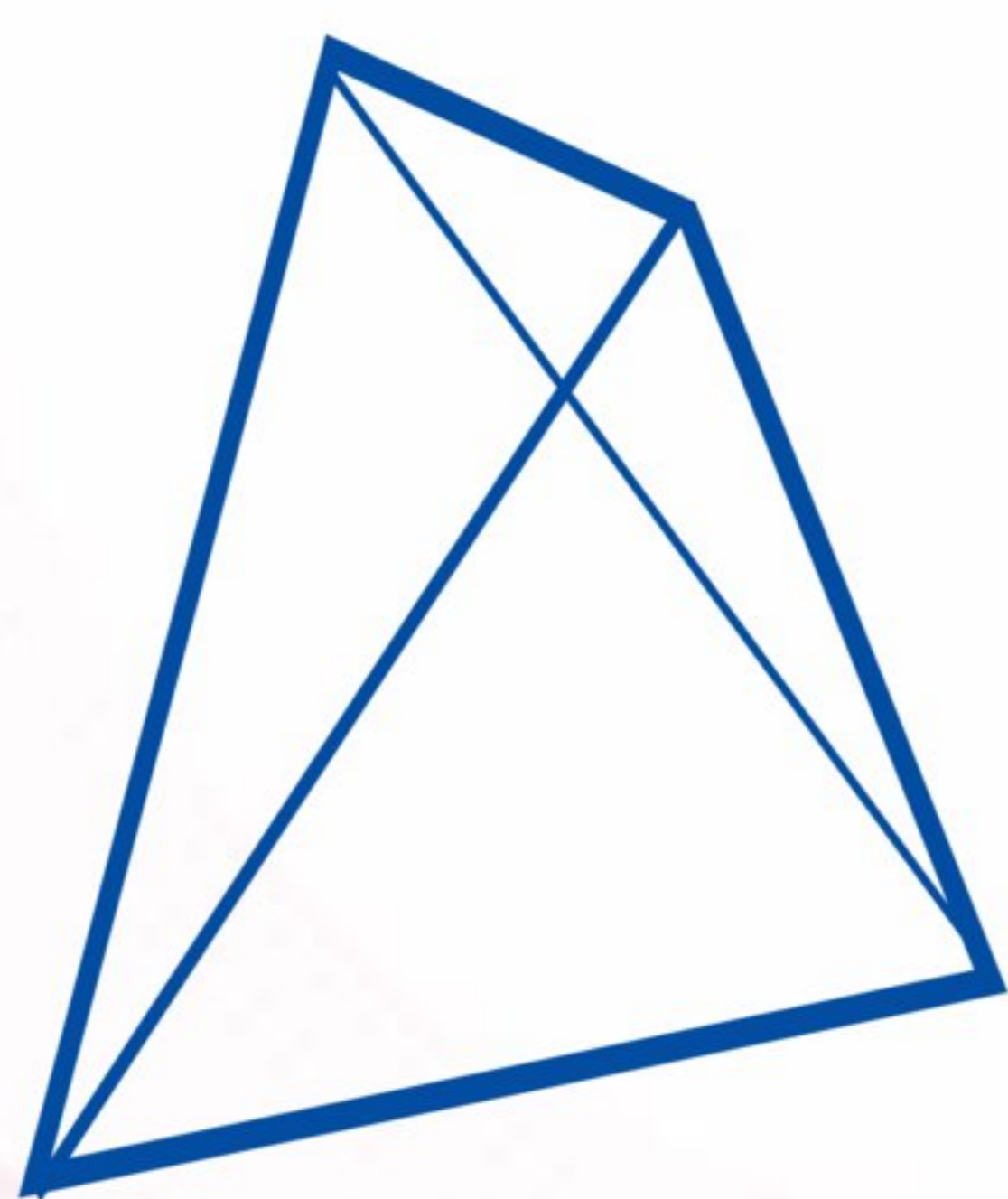
РЕШЕНИЕ

ДРУГОЙ ПАРКЕТЧИК

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны квадратов, а их диагонали (т. е. те косые линии, которые, перекрещиваясь, соединяют углы фигуры). Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже думаете, что такая проверка правильна?

Эта проверка так же ненадежна, как и первая. Конечно, диагонали квадрата равны, но — как видно из фигур, представляемых на рис. 40, — не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат. Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу — тогда они были бы уверены, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали между собой равны, есть непременно квадрат.



РЕШЕНИЕ

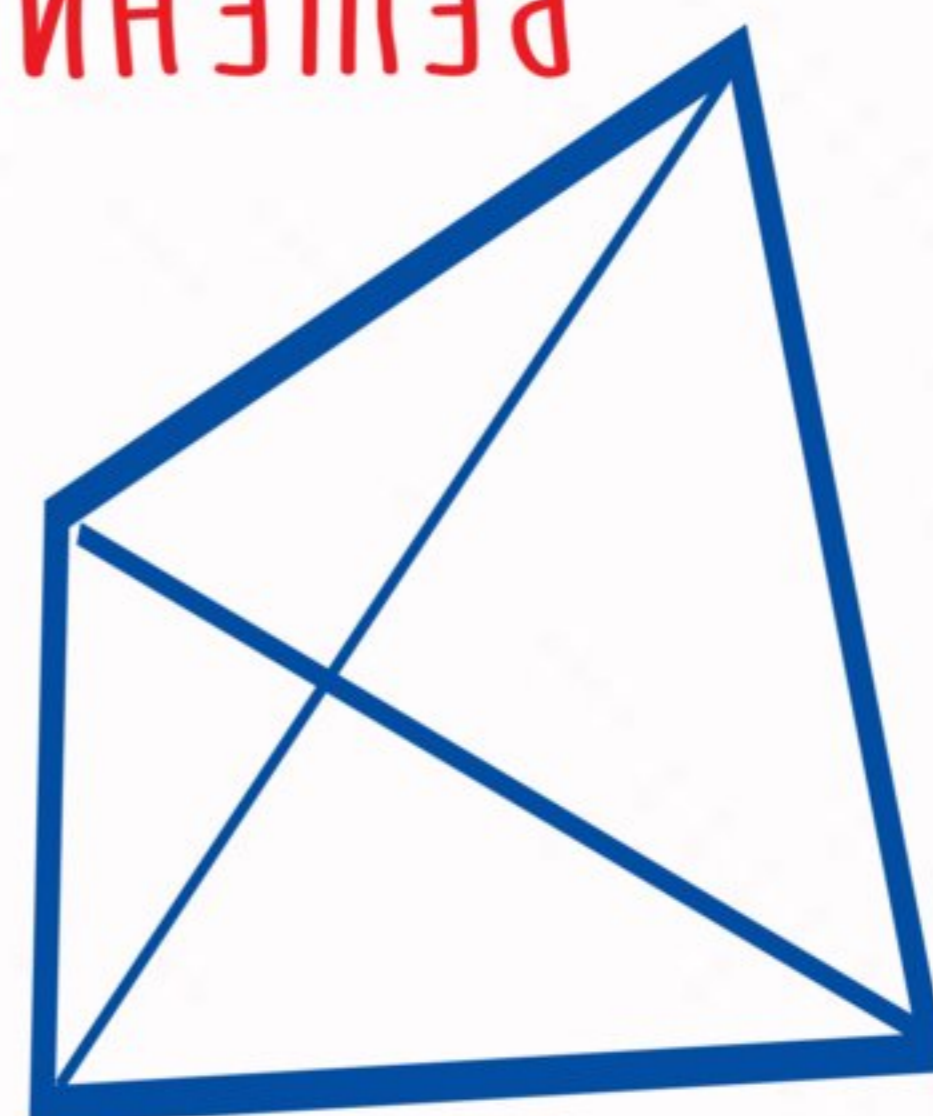


Рис. 40

ТРЕТИЙ ПАРКЕТЧИК

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга (рис. 41), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат. Прав ли он?



Рис. 41

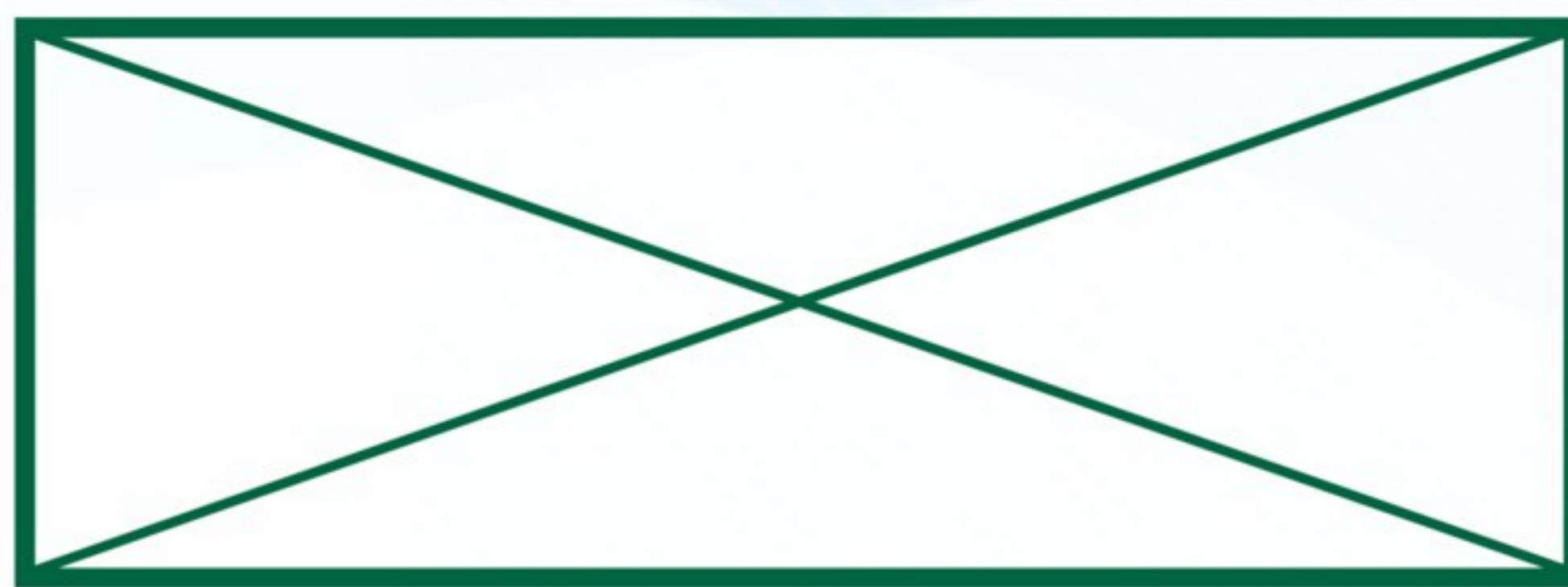


Рис. 42

Проверка могла показать только то, что четырехугольник имеет прямые углы, т. е. что он прямоугольник. Но равны ли его стороны — этого проверка не удостоверяла (рис. 42).

РЕШЕНИЕ

ПОДКОВА

Как двумя ударами топора разрубить подкову на шесть частей, не перемещая частей после удара?

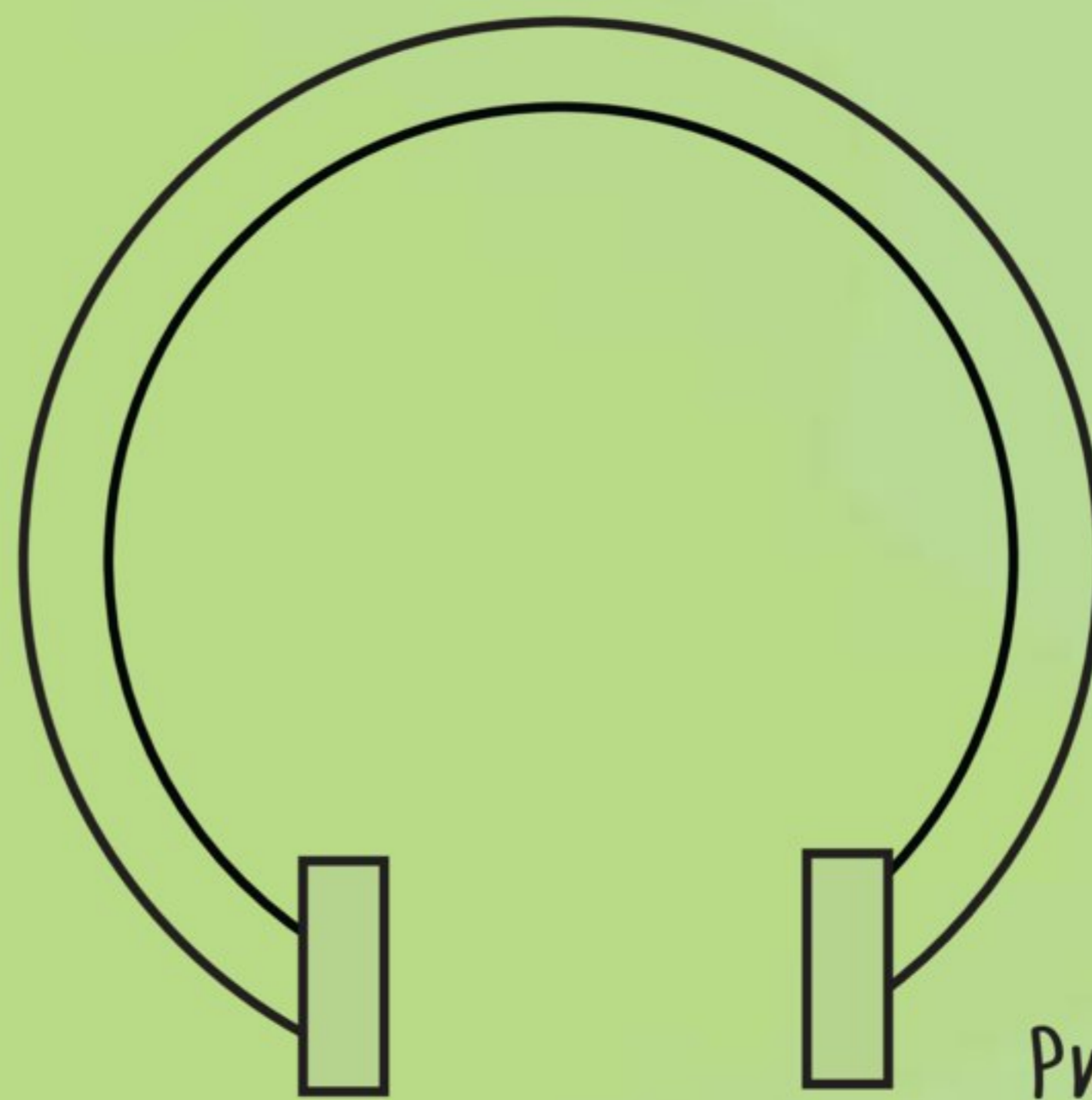


Рис. 43

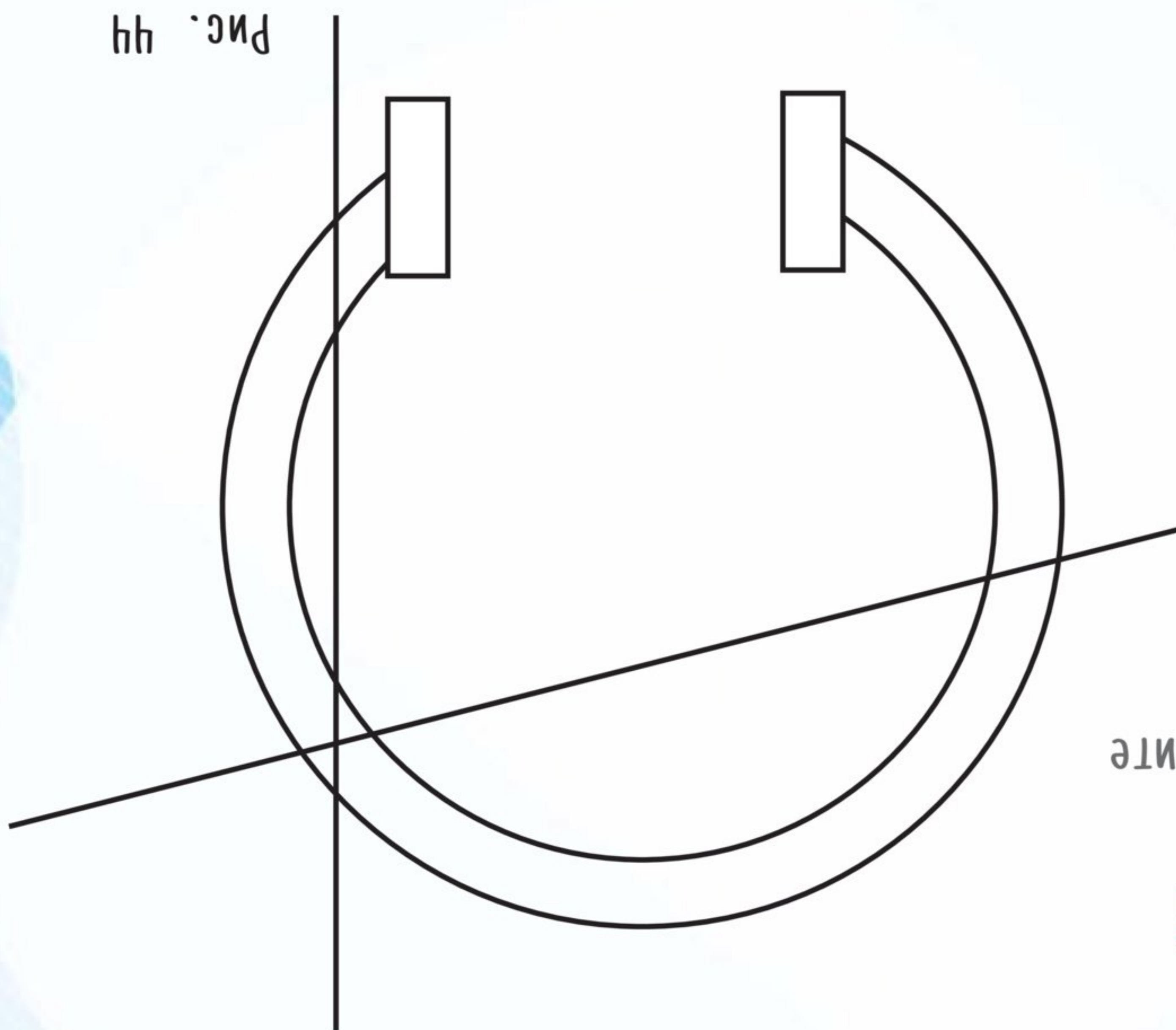


Рис. 44

Ответ смотрите на рис. 44.

РЕШЕНИЕ

УЛИТКА

Улитка вздумала
взобраться на дерево
в 15 м высоты. В течение
каждого дня она
успевала подниматься
на 5 м, но каждую
ночь, во время сна,
спускалась вниз на 4 м.
Через сколько суток
достигнет она вершины
дерева?



Через 10 суток и 1 день. В первые 10 суток улитка поднимется на 10 м, по 1 м в сутки; в течение же одного следующего дня она воспользуется еще на 5 м, т. е. достигнет верхушки дерева. (Обыкновенно неправильно отвечают: «Через 15 суток».)

РЕШЕНИЕ

ШЕСТЬ МОНЕТ

Надо разложить шесть монет в три прямых ряда так, чтобы в каждом ряду было по три монеты.

Вы думаете, это невозможно? Не хватает еще трех монет? А вот поглядите, они расположены на рис. 45. Вы видите здесь три ряда монет по три в каждом ряду. Значит, задача решена. Правда, ряды перекрещиваются, но ведь это не было запрещено.

Теперь попробуйте сами догадаться, как можно решить ту же задачу еще и другим способом.

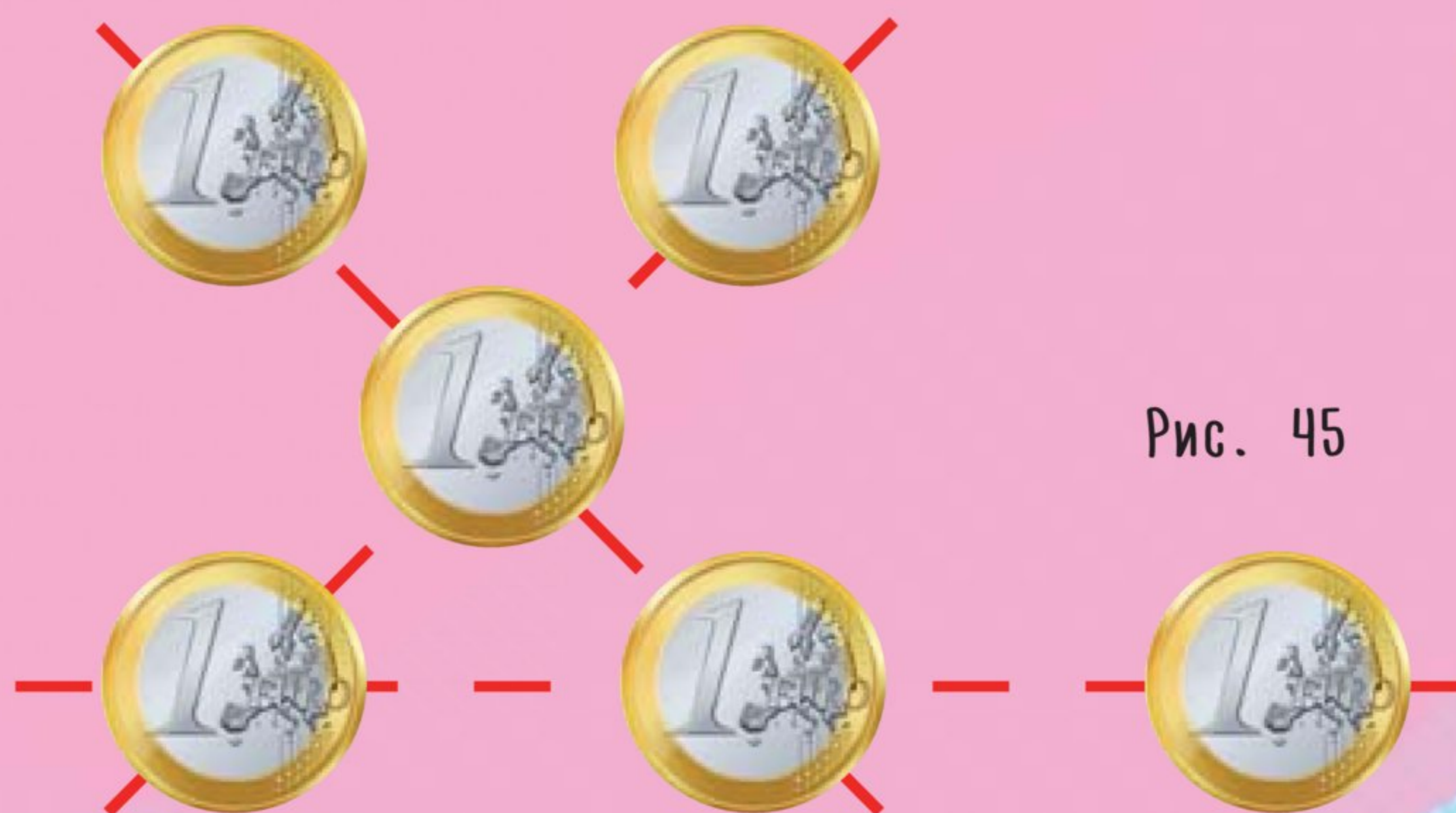


Рис. 45

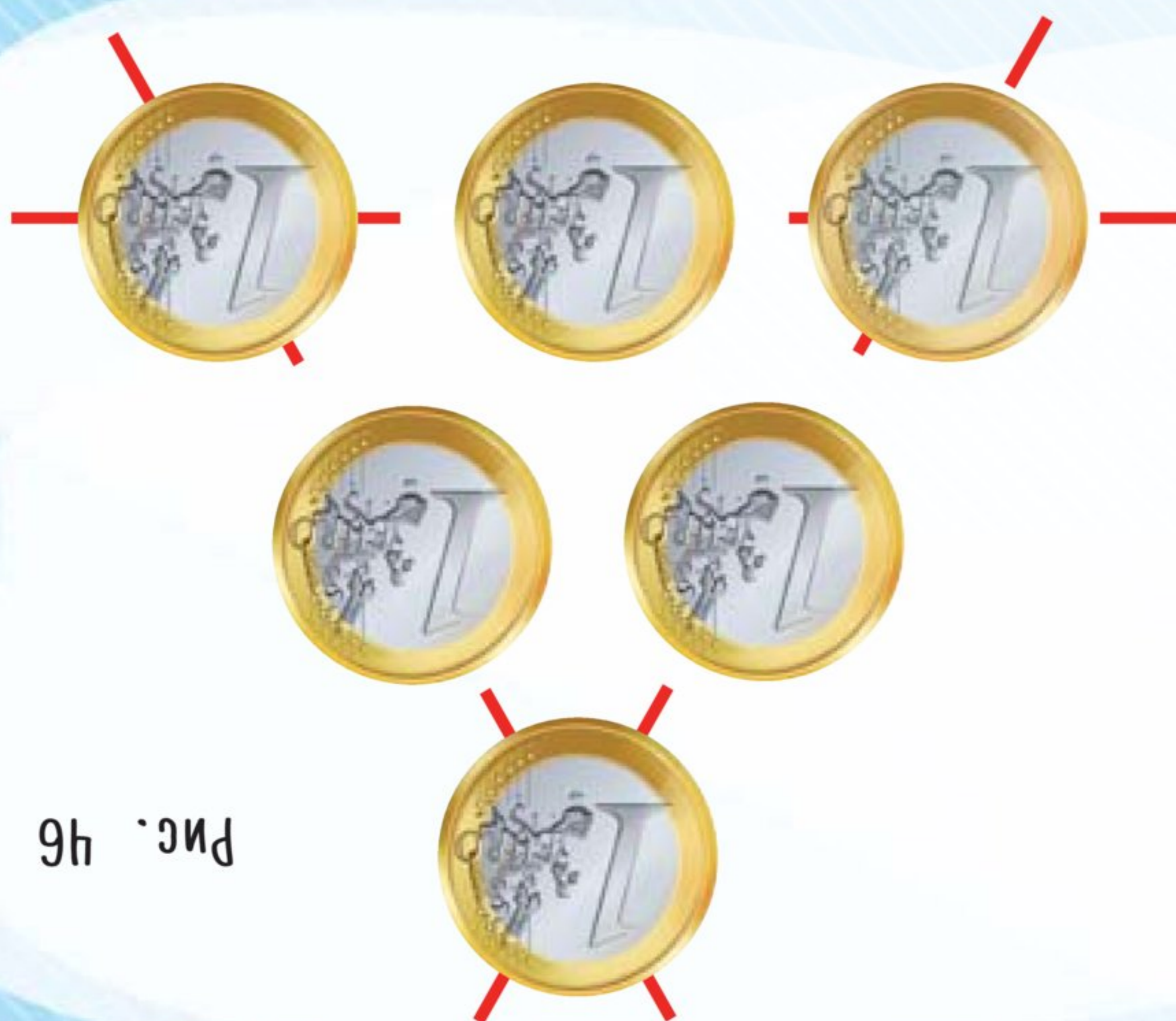


Рис. 46

Шесть монет можно расположить в три ряда по три в каждом как показано на рис. 46.

РЕШЕНИЕ

МИЛЛИОН ШАГОВ

Вы, конечно, очень хорошо знаете, что такое миллион, и столь же хорошо представляете себе длину своего шага. А раз вы знаете и то и другое, то вам нетрудно будет ответить на вопрос: как далеко вы отойдете, сделав миллион шагов? Больше, чем на 10 км, или меньше?



Миллион шагов гораздо больше 10 км, больше даже 100 км. Если длина шага примерно равна $\frac{3}{4}$ м, то $1\ 000\ 000$ шагов = 750 км. Так как от Москвы до Ленинграда (Санкт-Петербурга. — Прим. издателя) всего 640 км, то, сделав от Москвы до Ленинграда шагов, вы отошли бы дальше, чем на расстояние до Ленинграда (Санкт-Петербурга. — Прим. издателя).

РЕШЕНИЕ

ТРИ ДОРОГИ

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили недалеко от их домов три участка земли, расположенные рядом. Каждый устроил на своем участке огород. Как видно из рис. 47, дома Петра, Павла и Якова и отведенные братьям земельные участки расположены не совсем удобно. Но братья не могли договориться об обмене.

А так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между ними вскоре начались столкновения, перешедшие в ссоры. Желая прекратить распри, братья решили отыскать такие пути к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги. После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом. Можете ли вы указать эти пути?



Дом Петра



Дом Павла



Дом Якова

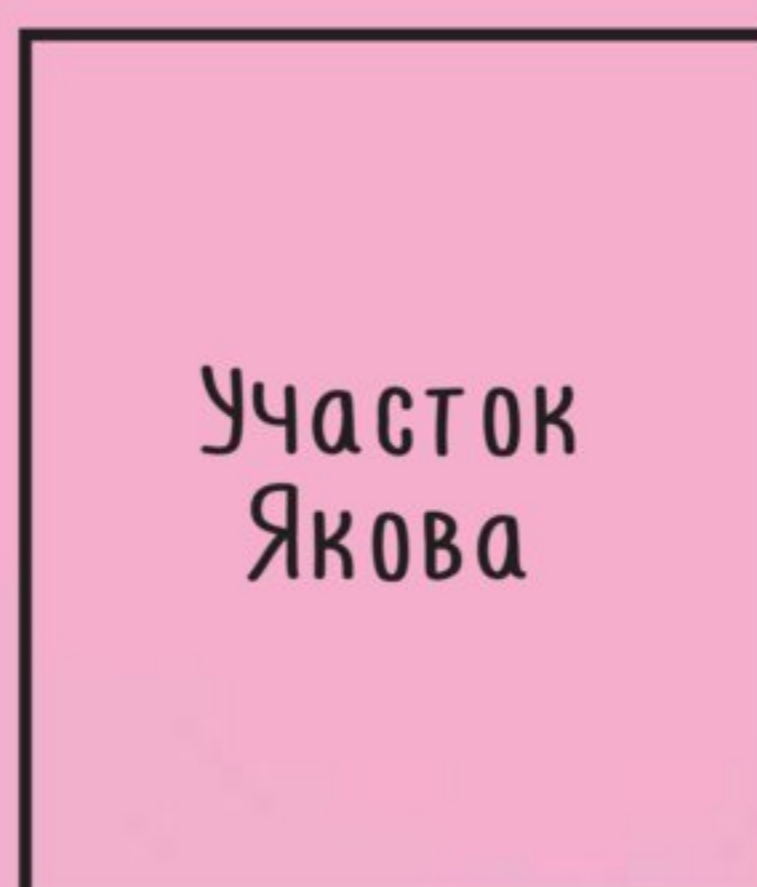
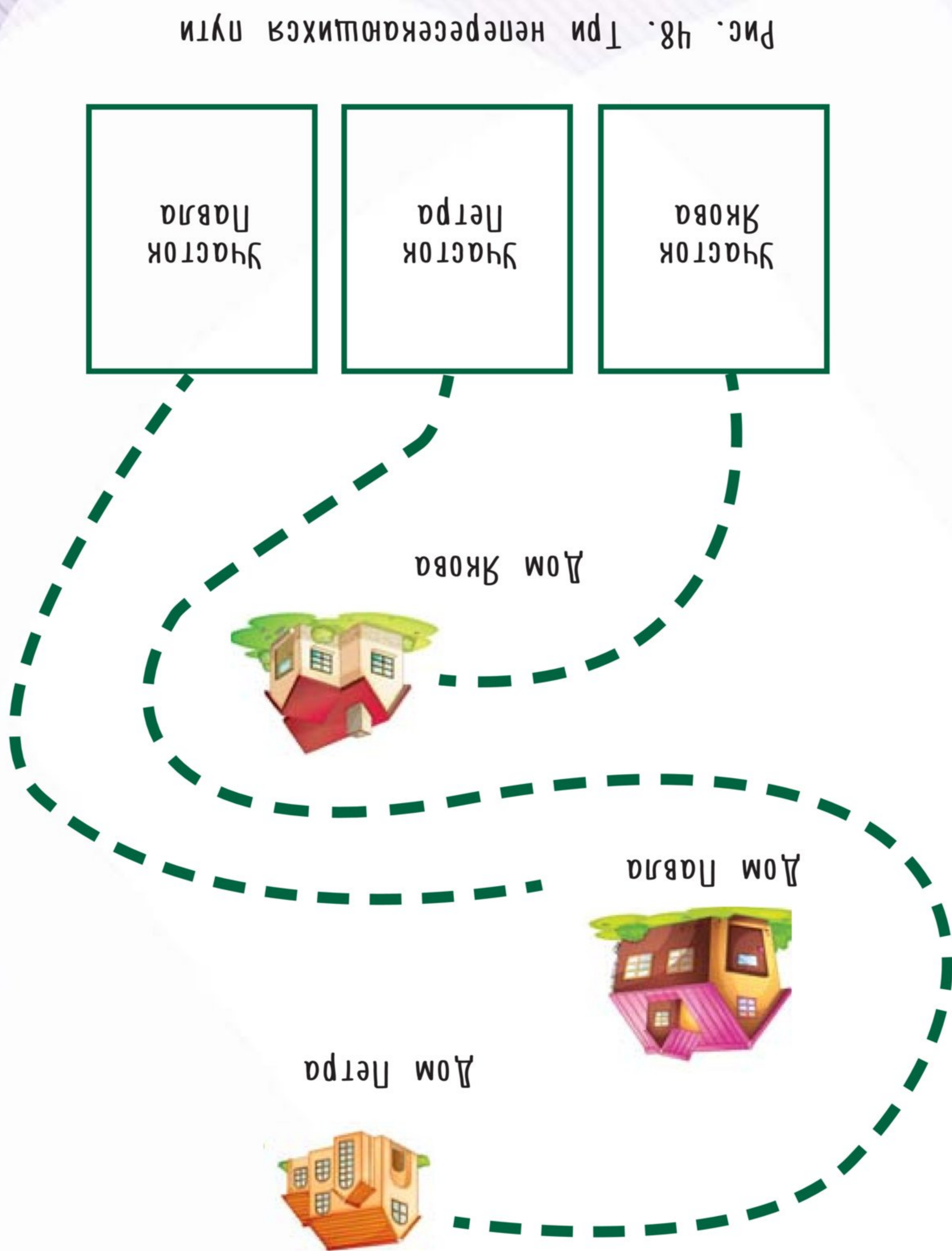


Рис. 47. Три дома — три участка

Три пересекавшихся пути показаны на рис. 48. И Петру, и Лавру приходится идти довольно извилистой дорогой, но зато братья избегают нежелательных встреч.



РЕШЕНИЕ

ЦЕНА КНИГИ

Иванов приобретает все нужные книги у знакомого ему книготорговца со скидкой 20 %. С 1 января цены всех книг повышены на 20 %. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января. Прав ли он?

Иванов, как ни странно, и теперь будет платить меньше, чем остальные покупатели платили до 1 января. Он имеет 20%-ную скидку с цены, увеличенной на 20 %; другими словами, скидку 20 % от 120 %, т. е. платит он будет за книгу не 100 %, а всего лишь 96 % прежней ее цены. Трехрублевую книгу приобретет не за 3 руб., а за 2 руб. 88 коп.

РЕШЕНИЕ



ЗАВТРАК

Два отца и два сына съели за завтраком три яйца, причем каждый из них съел по целому яйцу. Как вы это объясните?



Дело объясняется очень просто. Сели за стол
 не четверо, а только трое: дед, его сын и внук.
 Дед и сын — отцы, а сын и внук — сыновья.

РЕШЕНИЕ

ОДНА ЛОДКА НА ТРОИХ

Три любителя речного спорта владеют одной лодкой. Они хотят устроиться так, чтобы каждый владелец мог в любое время пользоваться лодкой, но чтобы никто из посторонних не мог ее похитить. Для этого они держат ее на цепи, которая замыкается тремя замками. Каждый имеет только один ключ, и все-таки он может отомкнуть цепь своим единственным ключом, не дожидаясь прихода товарищей с их ключами. Как же они устроились, что у них так удачно получается?

Замки должны быть продеты один сквозь другой, как показано на рис. 49. Легко видеть, что эту цепь из трех замков каждый владелец может разнять и вновь замкнуть своим ключом.

РЕШЕНИЕ



Рис. 49.

ЧЕТЫРЕ КОЛОДЦА

На квадратном участке земли имеются четыре колодца: три рядом, близ края участка, и один в углу (рис. 50).

Участок перешел к четырем арендаторам, которые решили разделить его между собой, но так, чтобы у всех были участки совершенно одинаковой формы и чтобы на каждом из них находился колодец.

Можно ли это сделать?

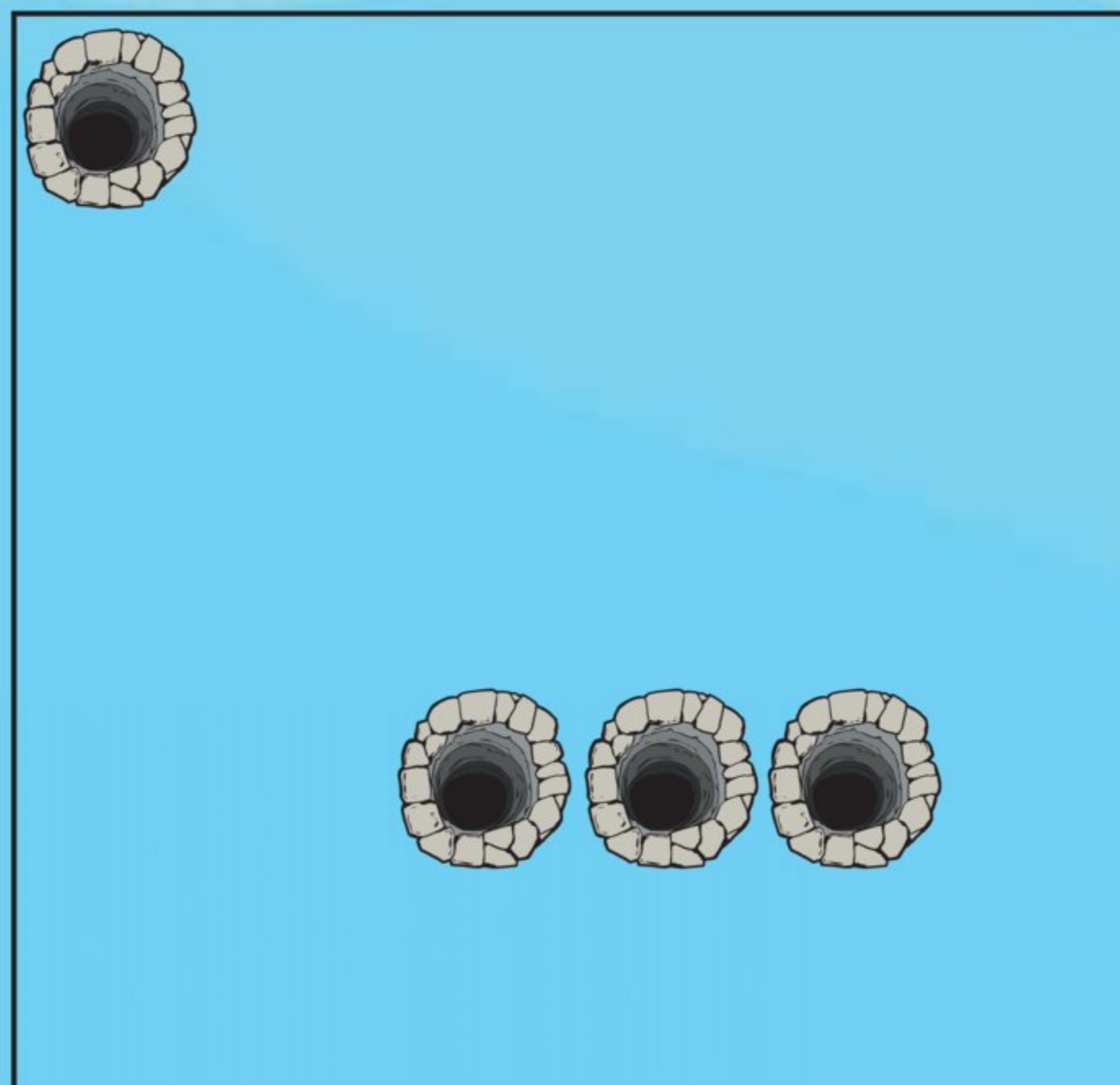
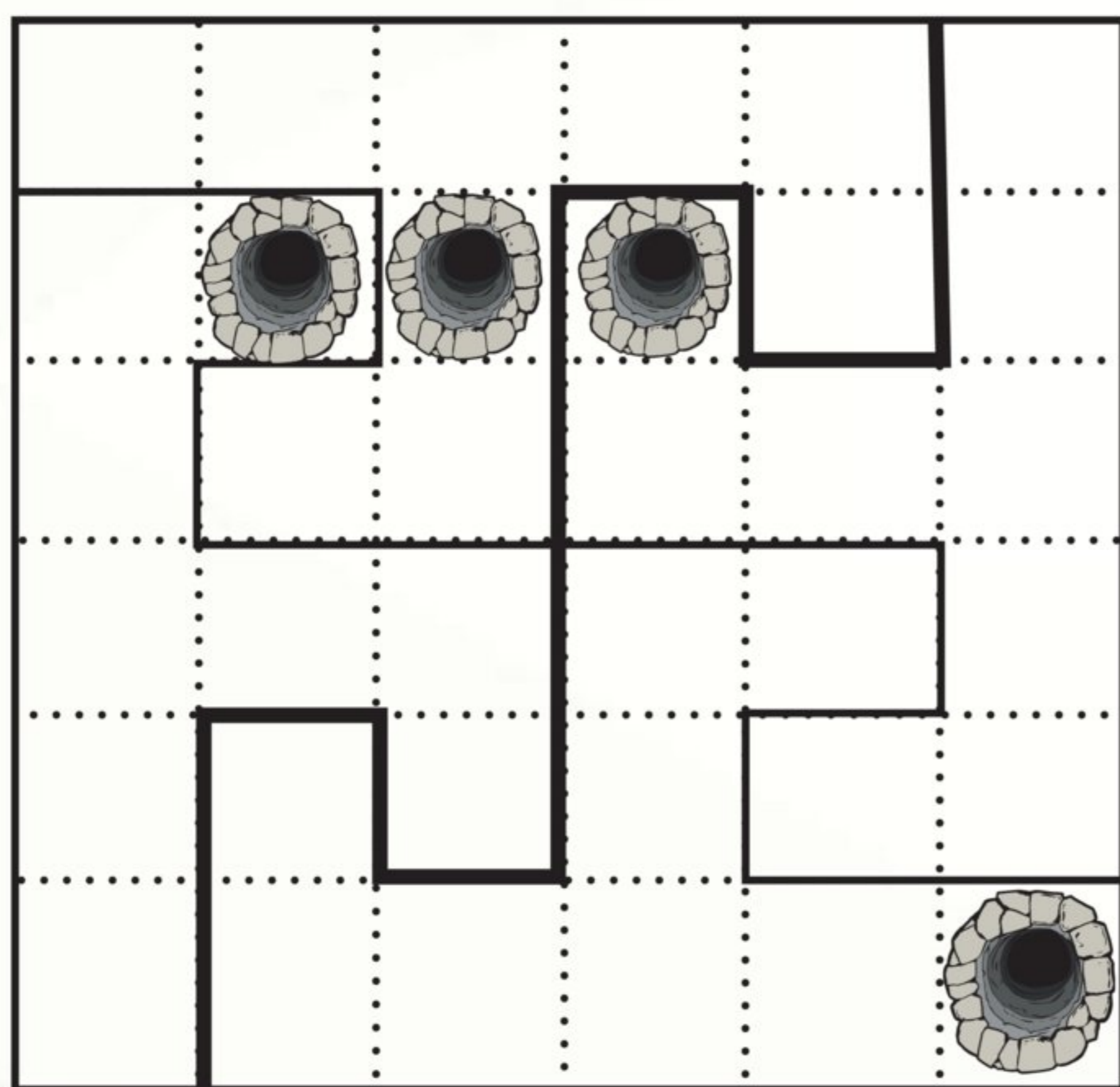


Рис. 50. Как разделить землю и колодцы?

Рис. 51. Раздел земли и колодцев



Способ раздела земли между четырьмя арендаторами обозначен сплошными линиями на рис. 51. Участки получаются довольно причудливой формы, но зато у всех четырех арендаторов они совершенно одинаковы, и у каждого есть колодец.

РЕШЕНИЕ

КРЕСТЬЯНКА И ПАРОВОЗ

Машинист железнодорожного состава задолжал крестьянке за молоко и уклонялся от платежа. Молочница долго ждала и наконец придумала, что делать.

Однажды, когда пары были уже разведены и поезд должен был тронуться, она стала у паровоза и заявила машинисту:

— Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезд!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услышав такую угрозу.

Но женщина не шутя намеревалась не дать поезду тронуться с места.

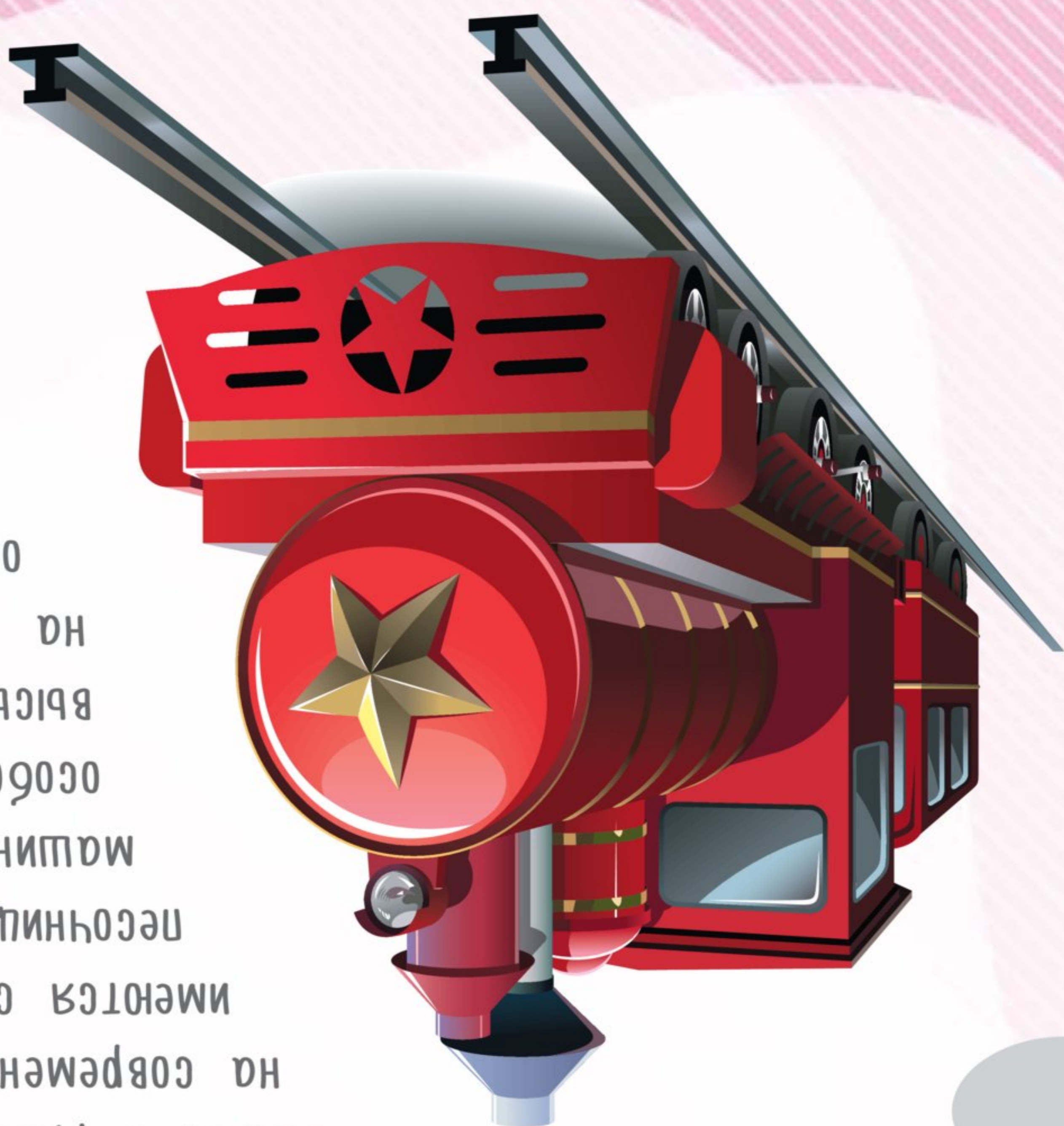
И что же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

— Отдай деньги — пущу поезд! — с торжеством объявила крестьянка.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только поезд тронулся.

В чем же состояло «колдовство» молочницы, и как оно было ею снято?

Крестьянка не дала поезду отправиться в путь тем, что смазала маслом рельсы вперед паровоза. По скляжкам рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Помните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с места. По той же причине не мог сдвинуться и паровоз. Когда же машинист улягил дол, крестьянка «сняла колдовство», посыпав смазанные рельсы песком. История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются специальные песочницы, из которых машинист с помощью особого приспособления высыпает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например от льда.



РЕШЕНИЕ

ВОЗДУШНЫЙ ШАР

Фабричная труба на рис. 52 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но художник как будто ошибся: разве канат, расположенный справа от трубы, составляет продолжение каната слева? Исправьте рисунок.



Рис. 52. Воздушный шар на привязи

Рисунок сделан совершенно правильно. Приложите линейку к канату, и вы убедитесь, что вопреки очевидности его части составляют продолжение одна другой.

РЕШЕНИЕ

НОВАЯ ТЕТРАДЬ

Лера купила новую тетрадь и пронумеровала в ней все страницы. При этом она написала 39 цифр. Сколько страниц в ее тетради?



24 страницы.

РЕШЕНИЕ

МУХА НА ЛЕНТЕ

Я взял длинную бумажную ленту, с одной стороны красную, с другой — белую, склеил ее концы и получившееся бумажное кольцо положил на стол. Мое внимание привлекла муха, севшая на красную сторону ленты и начавшая странствовать по ней. Я стал следить за ее путешествием вдоль ленты и, к изумлению, заметил, что, побродив немного по ленте, она очутилась на противоположной, белой стороне, хотя все время оставалась на ленте и ни разу не переползла через ее край. Продолжая следить за мухой, я вскоре увидел, что она снова оказалась на красной стороне ленты, хотя — могу это утверждать — не покидала ленты, не переступала и не перелетала через ее края. Не объясните ли вы, как могло это случиться?

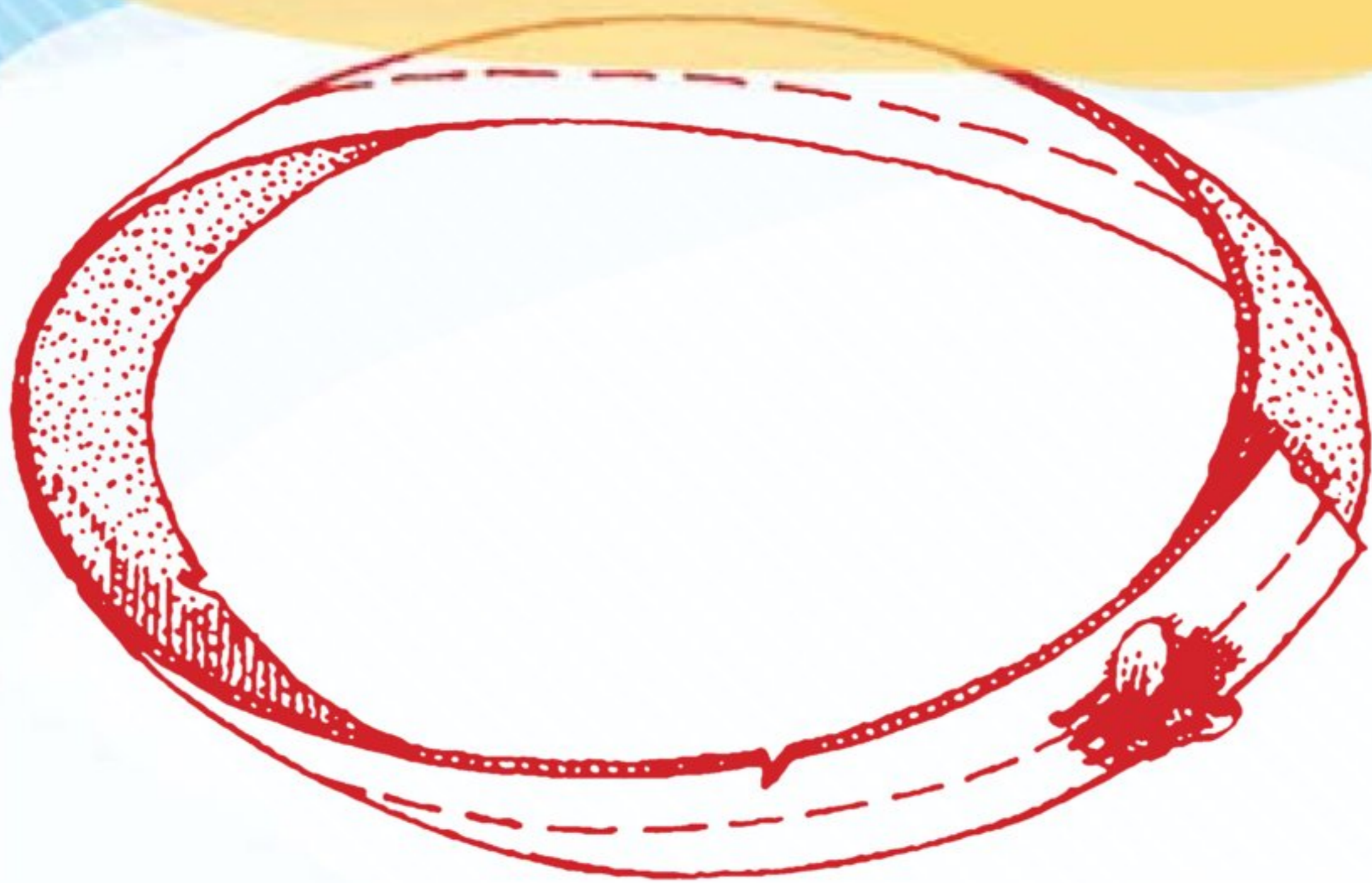


Рис. 53

не переступая через края. его стороны, ни разу муха может обойти обе

задача объясняется тем, что один конец ленты, прежде чем прикрепить его к другому, один раз повернули. Легко убедиться на опыте, что тогда получается кольцо, ползая по которому,

РЕШЕНИЕ

ВСМЯТКУ И ВКРУТУЮ

Хозяйка сварила 5 яиц: два вкрутую и три всмятку. Но она забыла отметить, какие именно яйца сварены вкрутую и какие всмятку, и подала их к столу на одном блюде. Вы наудачу берете с блюда два яйца. Стоит ли биться о заклад, ставя один рубль против пяти, что вам попадутся оба крутых яйца?

Мы видим, что только одна пара — первая — состоит из крутых яиц, остальные 9 не дают требуемого сочетания. Значит, у вас только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц; в остальных 9 случаях из 10 вы проигрываете. И если вы ставите 1 руб., то ваш партнер, имеющий 9 шансов из 10 выиграть, должен для уравнения шансов поставить не 5, а 9 руб.

Для удобства перенумеруем яйца: крутое № 1. К1 крутое № 2. К2 всмятку № 1. С1 всмятку № 2. С2 всмятку № 3. С3

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

К1К2	К2С1	К2С2	С1С2	С2С3
К1С1	К1С2	К2С3	С1С3	К1С3



РЕШЕНИЕ

СКОЛЬКО ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ?

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре (рис. 54)?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе квадратов, а о числе прямоугольников — больших и малых, — какие только можно насчитать в этой фигуре.

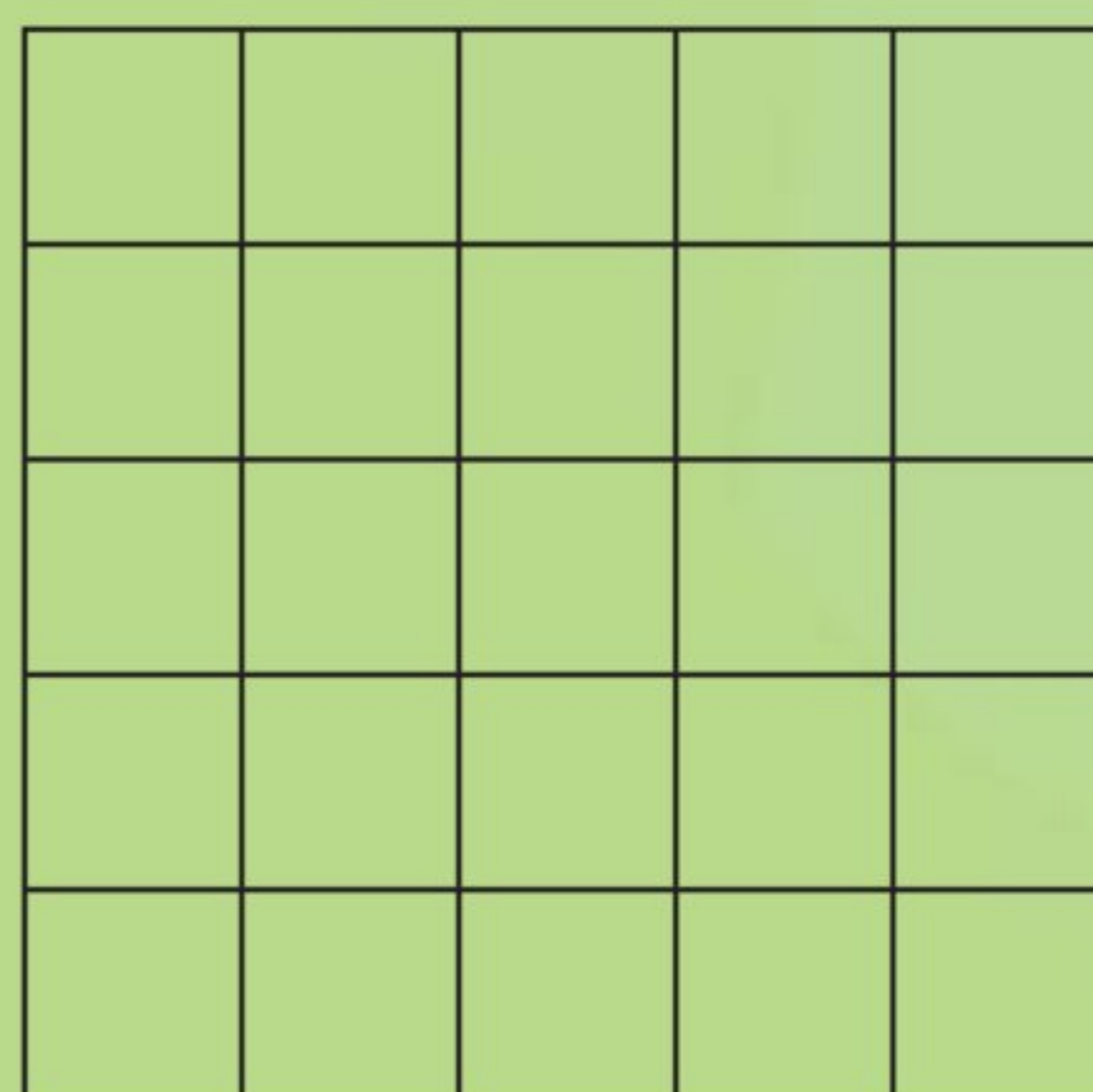


Рис. 54. Квадрат, разделенный на квадраты

Различно расположенных
прямоугольников в этой фигуре
можно насчитать 25.

РЕШЕНИЕ

НА СВОЕМ МЕСТЕ

Какое число необходимо подставить вместо знака вопроса?

Ответ: 4. В каждом столбце сумма четырех чисел равна 14. Следовательно, вместо знака вопроса мы должны подставить $14 - (7 + 2 + 1) = 4$.

РЕШЕНИЕ

7	3	6	2
2	8	5	4
1	1	2	4
4	2	1	?

КАК ПОДЕЛИТЬ?

Два приятеля варили кашу: один всыпал в котелок 200 г крупы, другой — 300 г. Когда каша была готова и приятели собирались ее есть, к ним присоединился прохожий и вместе с ними участвовал в еде. Уходя, он оставил им за это 50 копеек. Как должны приятели поделить между собой полученные деньги?



Решение. Пусть 1 рубль равен 100 копейкам. Тот, кто всыпал кашу (500 г) равна 1 рублю 50 копейкам. Тот, кто всыпал одного едока. Так как едоков было три, то стоимость всей каше надо разделить так: 50 копеек были уплачены за долю 30 копеек. Такой дележ совершенно обоснован. 200 г должен получить 20 копеек, а всыпавший 300 г — 30 копеек. Такой дележ совершенно обоснован. Надо разделить так: 50 копеек были уплачены за долю одного едока. Так как едоков было три, то стоимость всей каше (500 г) равна 1 рублю 50 копейкам. Тот, кто всыпал 200 г, внес в денежной оценке 60 копеек (потому что сотня граммов стоит 150 : 5 = 30 копеек). На 50 копеек он съел, значит, ему нужно отдать 60 - 50 = 10 копеек. Внесший 300 г (то есть деньгами 90 копеек) должен дополнить 90 - 50 = 40 копеек. И так, из 50 копеек одному приятелю 10 копеек, а другому 40 копеек.

РЕШЕНИЕ

КОЛЕСО С ГРУЗАМИ

При вращении этого колеса рычаги с грузами сами откидываются, занимая в левой половине колеса такое положение, при котором грузы удалены от оси больше, чем в правой половине.

По мнению изобретателя, левая сторона колеса должна всегда перевешивать правую; поэтому колесо будет непрерывно вращаться в направлении стрелки и может служить неисчерпаемым источником энергии.

Что же произойдет с этим колесом в действительности?



Рис. 55

В левой стороне колеса грузы действительно расположены дальше от оси вращения, чем в правой, — но одного этого еще не достаточно, чтобы обусловить вращение влево. Для непрерывного вращения колеса влево необходимо, чтобы сумма моментов сил, стремящихся повернуть колесо в левую сторону, была — при любом положении колеса — больше суммы моментов, стремящихся повернуть его в обратную сторону. Между тем неизбежно должно быть такое положение колеса, при котором обе суммы равны. Поэтому колесо будет только качаться около указанного положения равновесия, уменьшая вследствие трения размах своих колебаний, пока, наконец, не остановится.

РЕШЕНИЕ

КОТОРЫЙ ЧАС?

— Куда спешите?

— К 6-часовому поезду.

Сколько минут осталось до отхода?

— 50 мин назад было вчетверо больше минут после трех.

Что означает этот странный ответ? Который был час?



Между 3 и 6 ч — 180 мин. Нетрудно сообразить, что число минут, оставшихся до 6 ч, найдется, если $180 - 50$, то есть 130, разделим на такие две части, из которых одна в четыре раза больше другой. Значит, надо найти пятую часть от 130. Итак, было без 26 мин шесть. Действительно, 50 мин назад до 6 ч оставалось $26 + 50 = 76$ мин, и, значит, после 3 ч прошло $180 - 76 = 104$ мин; это вчетверо больше числа минут, оставшихся теперь до шести.

РЕШЕНИЕ

ВЫБОР ЧИСЛА

Подставьте необходимое число вместо знака вопроса.

7	3	8	6	2	10	4	2
5	7	6	?				

Ответ: 3. В тройках ниже число — это не что иное, как среднее арифметическое двух верхних чисел.

РЕШЕНИЕ

СПАРЖА



Одна женщина обыкновенно покупала у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 40 см в окружности. Покупая, она мерила их, чтобы убедиться, что ее не обманывают.

Но однажды у торговца не оказалось 40-сантиметрового пучка, и он предложил покупательнице за те же деньги два тонких пучка, каждый по 20 см в обхвате.

Женщина обмерила пучки и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 20 см, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок. Она прогадала или выгадала на этой покупке?

Покупательница прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а вчетверо больше спаржи, нежели тонкий. Женщина должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

РЕШЕНИЕ

НАПЕРЕГОНКИ С ЗЕМЛЕЙ

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек «перегнать Землю» (точнее, не перегнать, а отстать, т. е. двигаться по поверхности Земли в сторону, обратную ее движению, так быстро, чтобы увеличить для себя продолжительность суток), если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы. Может ли человек, находясь на Земле, увидеть Солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда восклицал:

Но, увы, не взойдет
Солнце с запада!



Перенять Землю в ее точном вращении вокруг оси вполне возможно на гоночном автомобиле, пробегаяшем свыше 200 км/ч (55 м/с), или, еще лучше, на аэроплане, который летит со скоростью 300 км/ч и более. Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 460 м/с. Но это вполне возможно уже на 83° широты и севернее. Здесь автомобильист, мчащийся с востока на запад, будет видеть Солнце неподвижно висющим в небе и не приближающимся к закату (человек может перенять Землю и пешком — в 50 км от полюса).

Земля, конечно, продолжает вращаться, но автомобильист будет отъезжать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по отношению к Солнцу будет оставаться неподвижным.

При еще большей скорости автомобильист мог бы перенять Землю и увидеть новое чудо: Солнце, восходящее не с востока, а с запада! Земля под колесами автомобиля будет вращаться по-прежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет двигаться вокруг земной оси с востока на запад.

РЕШЕНИЕ

ОСТАВИТЬ ТРИ КВАДРАТА

В решетке (рис. 56) так уберите 6 спичек, не перекладывая остальных, чтобы осталось всего 3 квадрата.

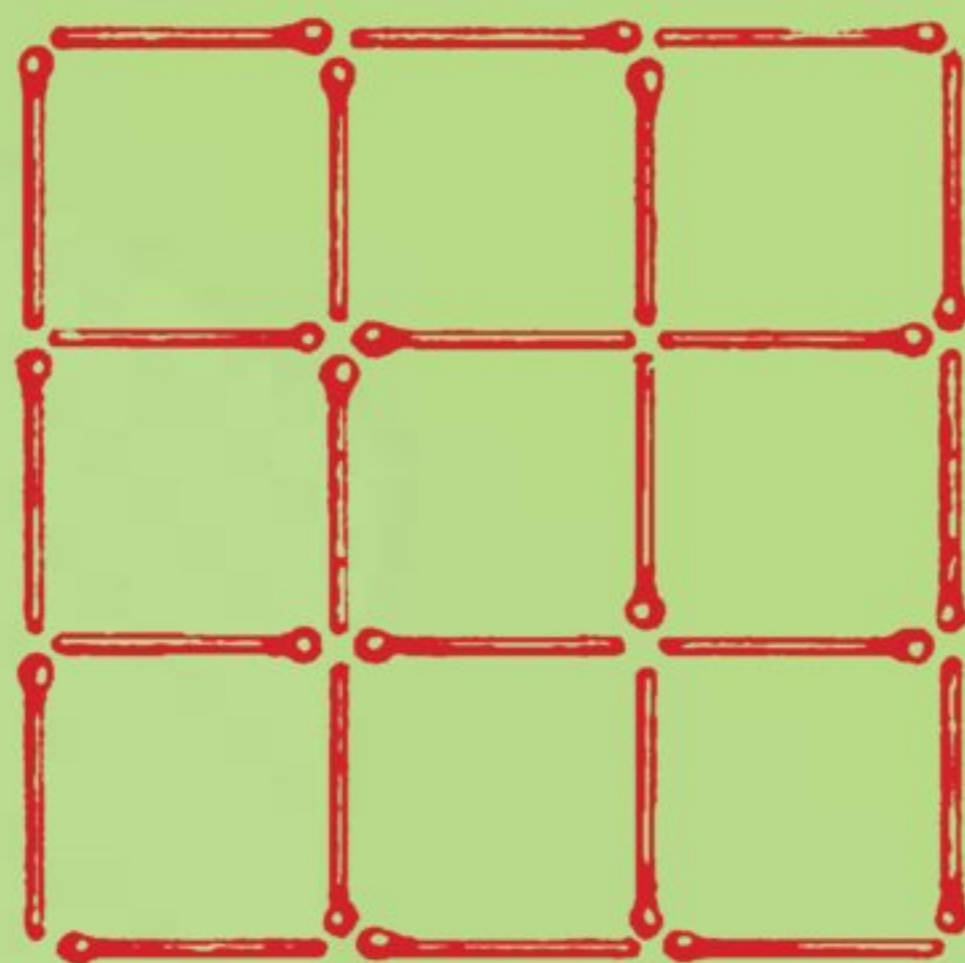


Рис. 56

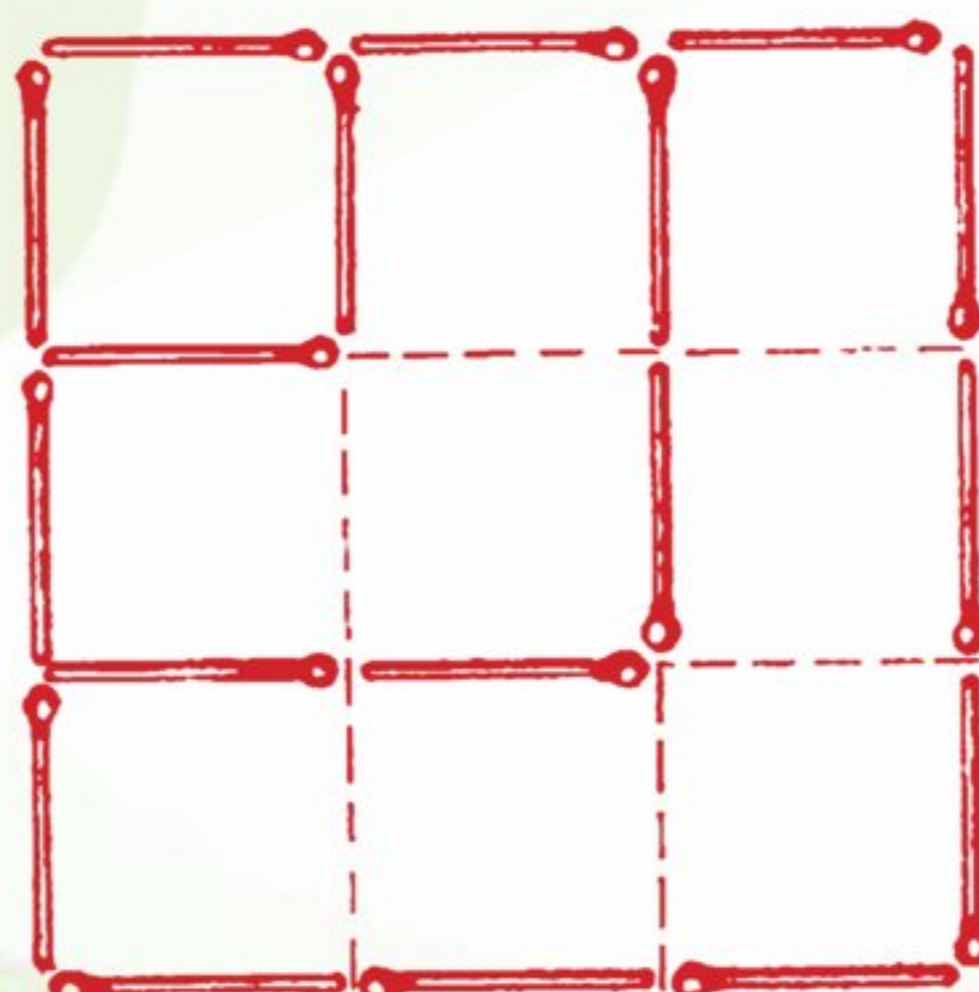


Рис. 57

Решение задачи показано на рис. 57.

РЕШЕНИЕ

ОСТАВИТЬ ЧЕТЫРЕ КВАДРАТА

Из фигуры (рис. 58) так извлеките 8 спичек, не трогая других, чтобы оставшиеся спички составили 4 одинаковых квадрата.

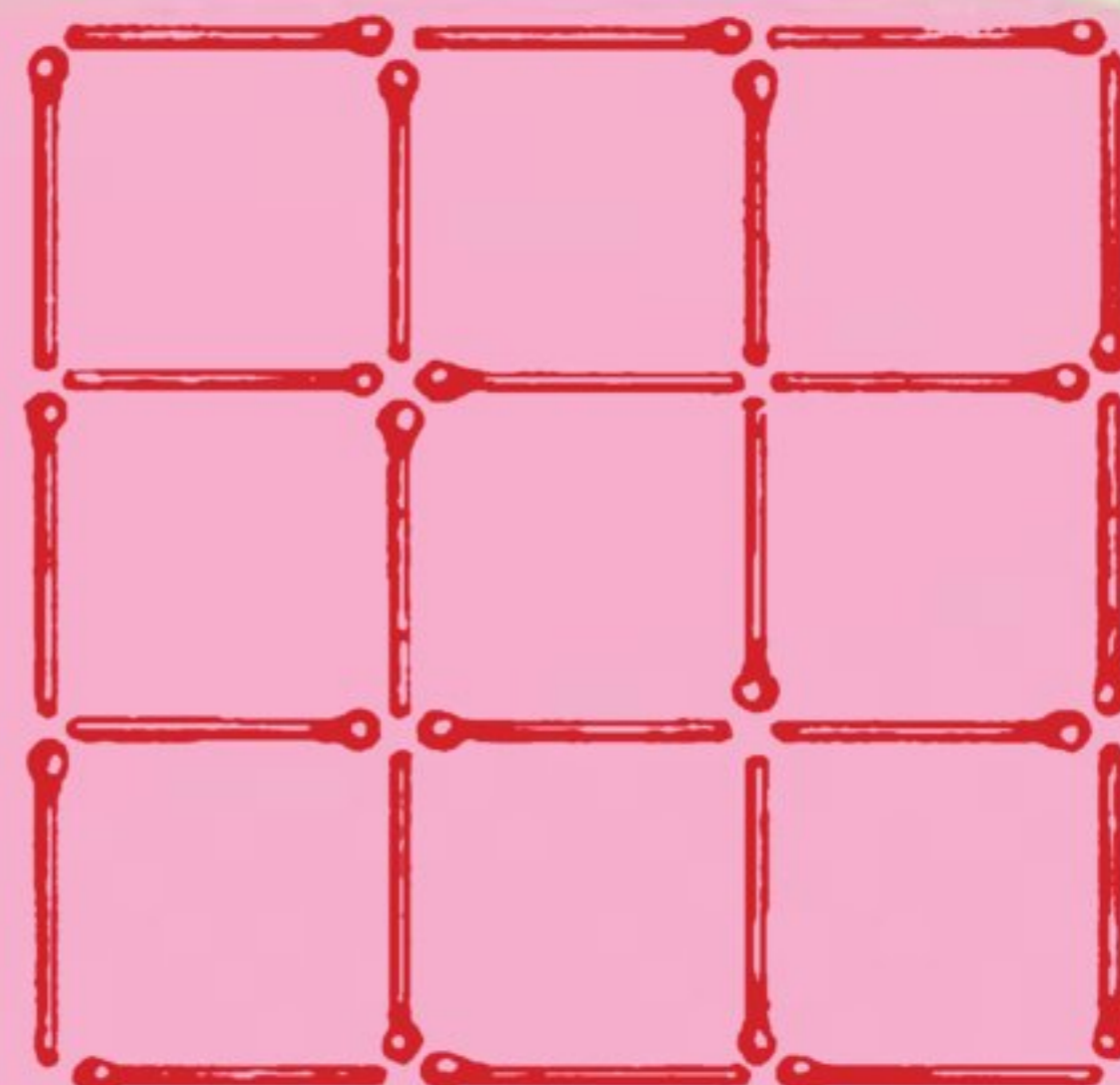


Рис. 58

Рис. 60

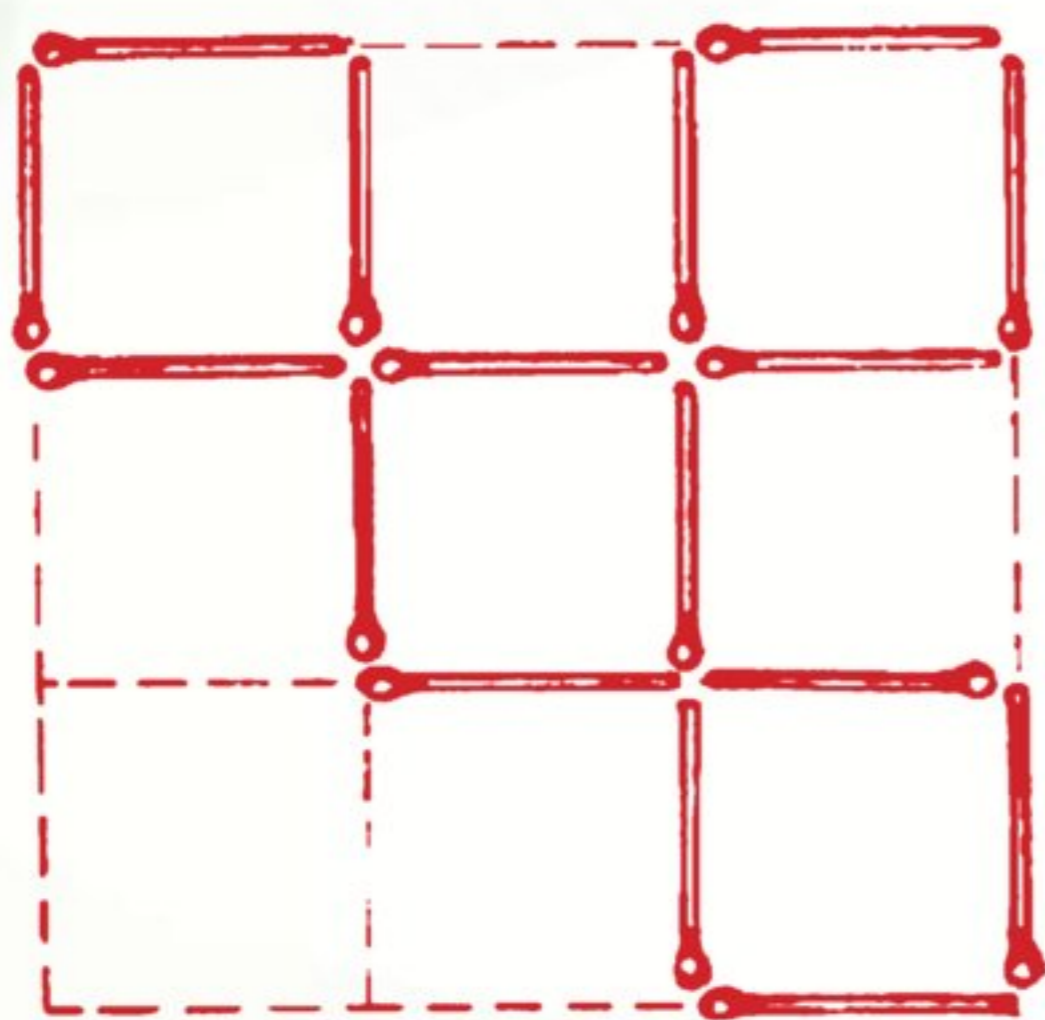
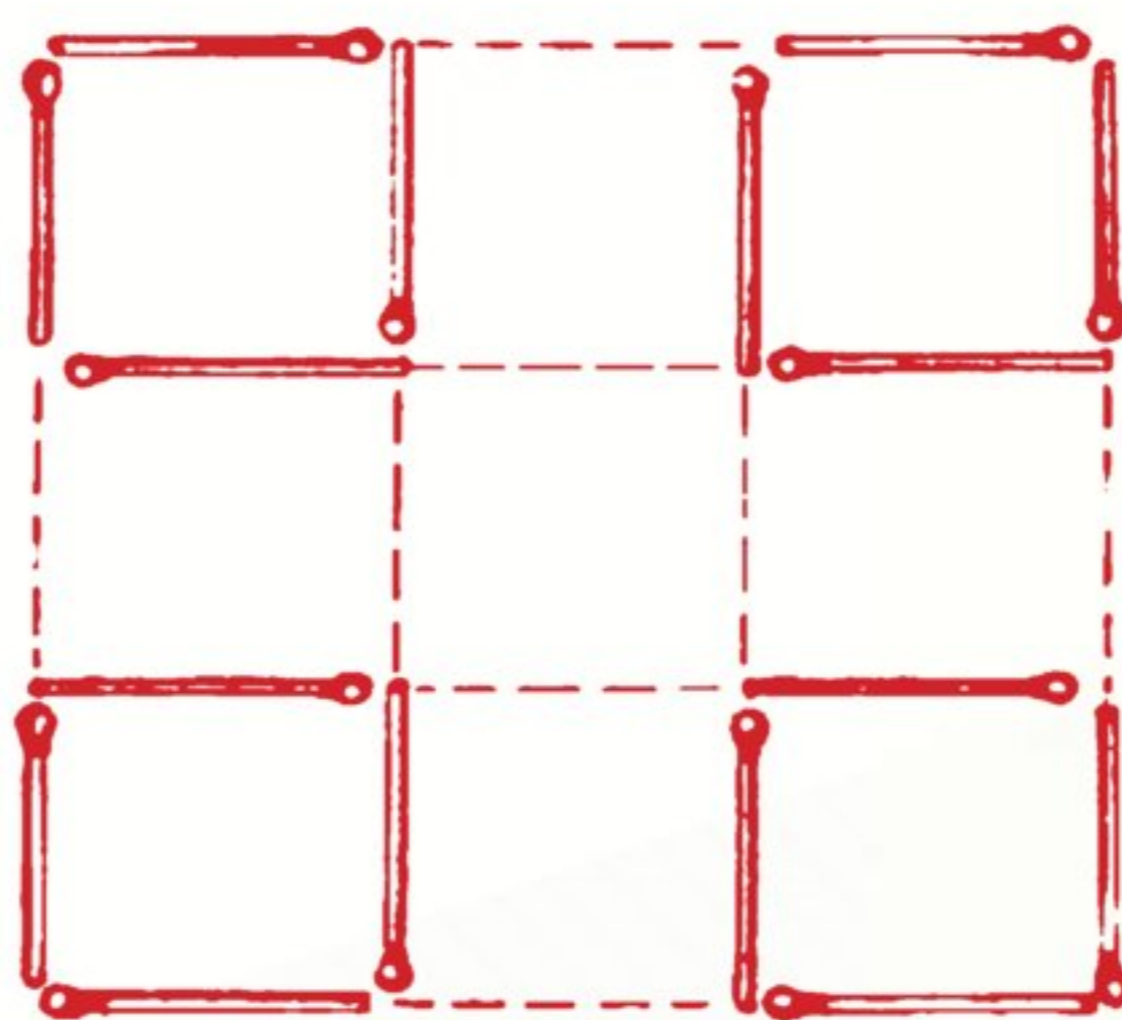


Рис. 59



Решения задачи
показаны
на рис. 59
и 60.

РЕШЕНИЕ

ОРЕХИ

Катя и Юля купили в магазине по пакету орехов. В каждом из них по 15 орехов. Катя съела несколько орехов из своего пакетика, а Юля съела столько орехов из своего, сколько осталось в пакете у Кати. Сколько теперь орехов на двоих у Кати и Юли?



Ответ: 15 орехов.

РЕШЕНИЕ

ДАЧНИКИ И КОРОВЫ

Вокруг озера расположены четыре дачи, а почти прямо на берегу — четыре коровника.

Владельцы дач хотят соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но в то же время доступно для дачников, любящих купаться (рис. 61).

Исполнимо ли их желание?

Если исполнимо, то как нужно построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся, возможно, дешевле?



Рис. 61. Дачники и коровы

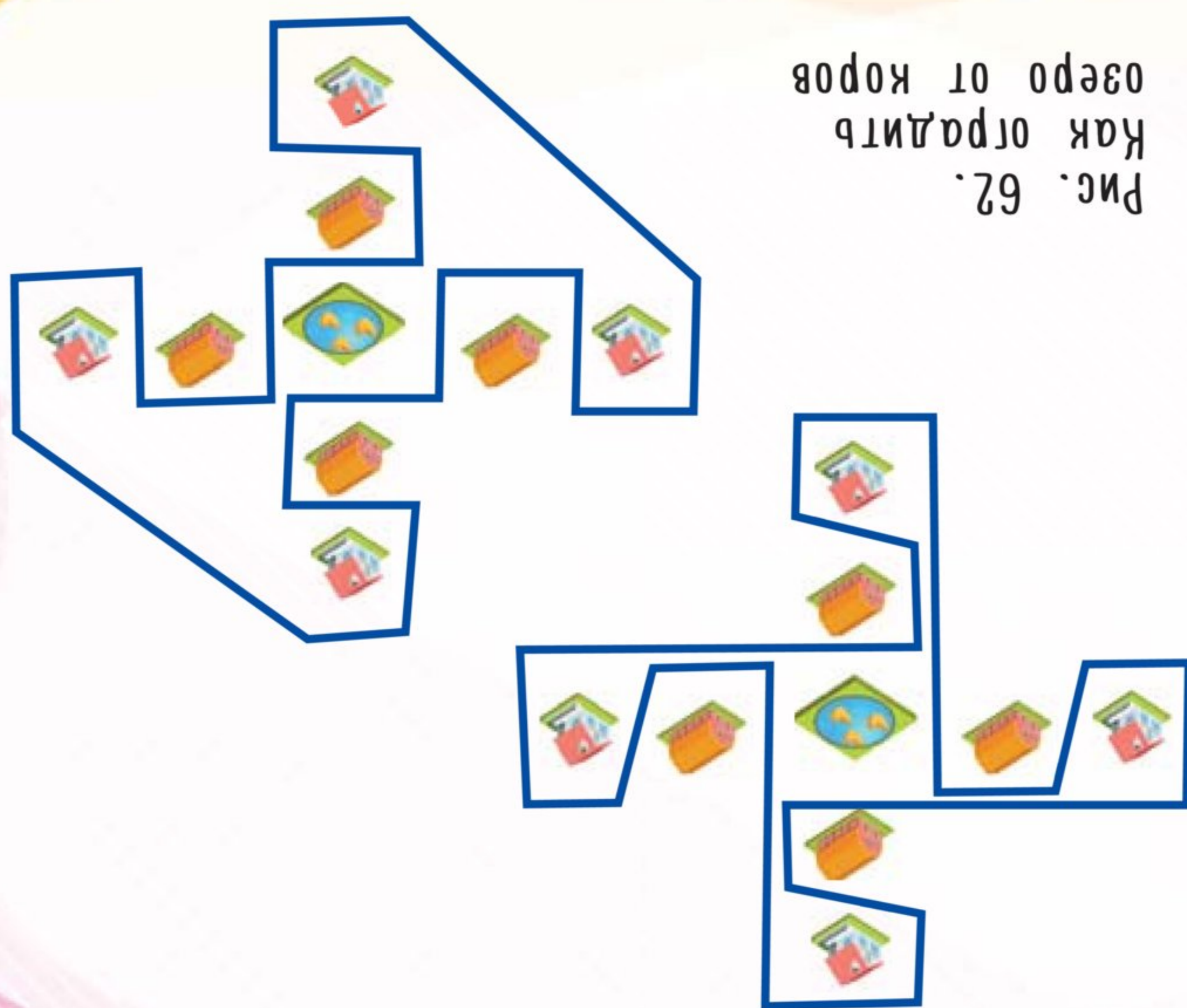


Рис. 62.
Как оградить озеро от коров

забор можно поставить двумя способами (рис. 62). Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

РЕШЕНИЕ

МУХА НА ЗАНАВЕСКЕ

На оконной занавеске с рисунком в клетку уселись 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказались в одном и том же ряду — ни прямом, ни косом (рис. 63).

Спустя несколько минут три мухи сменили места и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные 6 не двигались. Но забавно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду. Можете ли вы сказать, какие три мухи и куда пересели?

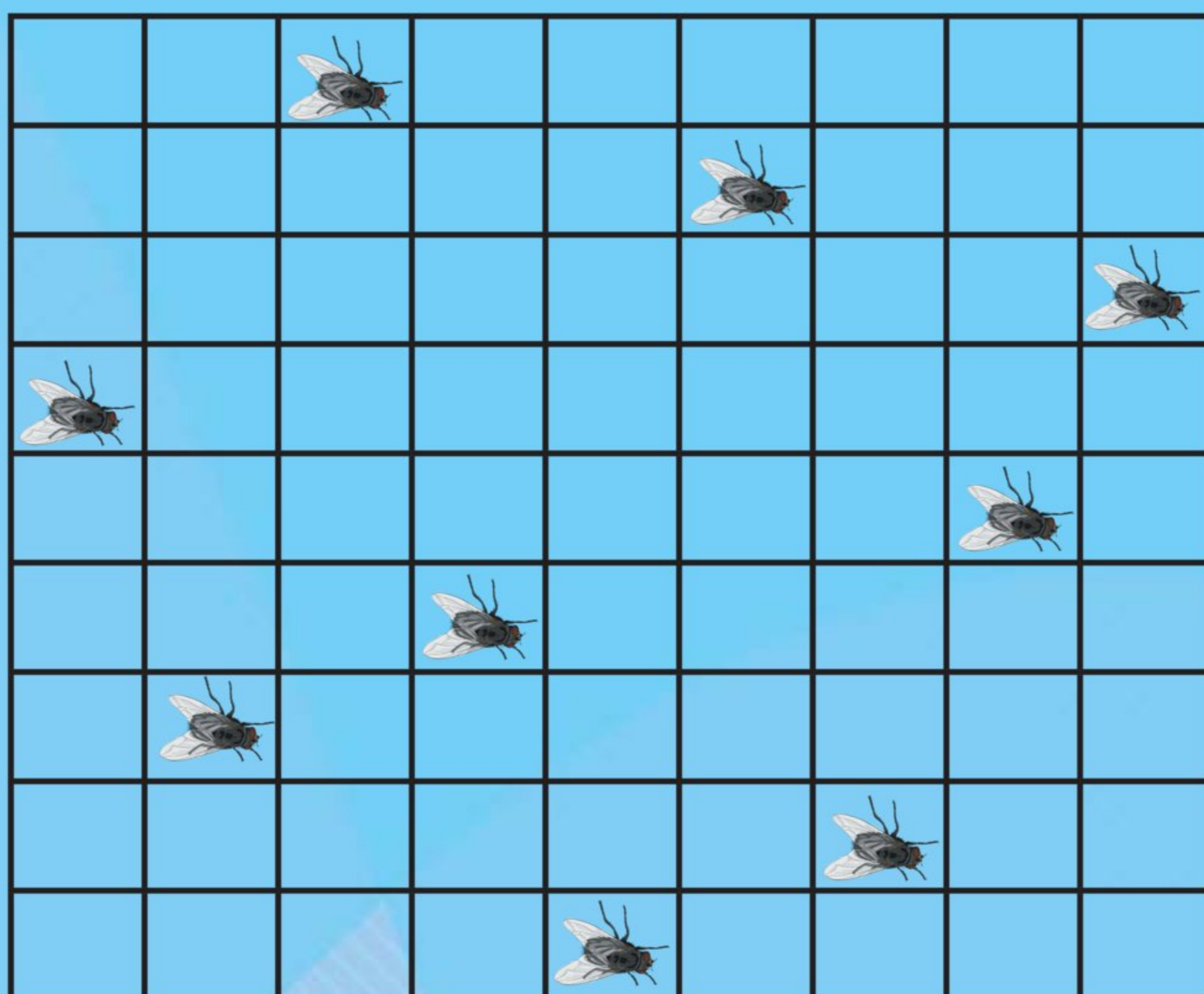


Рис. 63. Мухи на занавеске

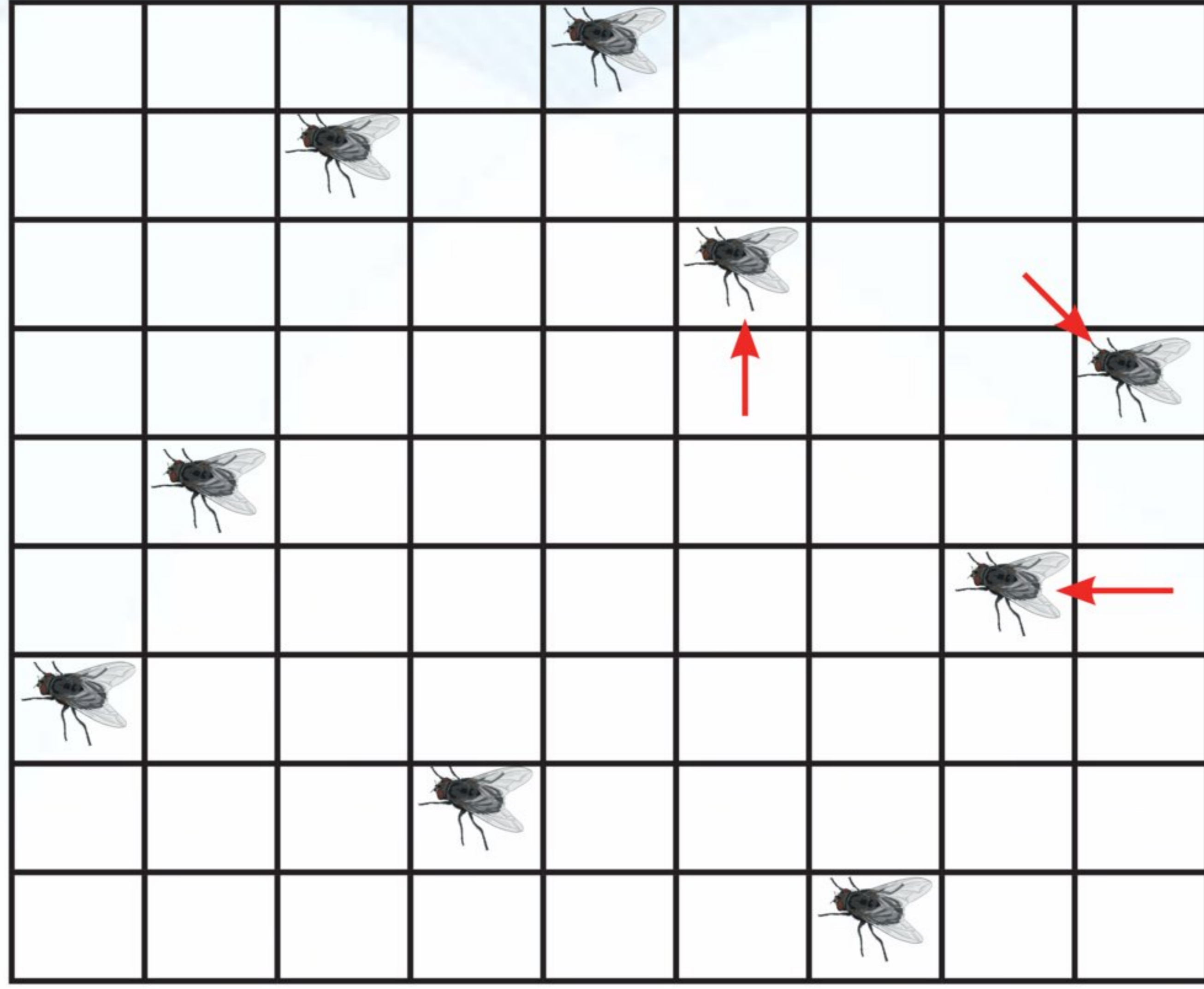


Рис. 64. Мухи на занавеске (в новой позиции)



Стрелки на рис. 64
показывают, какие
мухи переменили
место и с каких
клеток они пересели.

РЕШЕНИЕ

ИЗ ДЮЖИНЫ СПИЧЕК

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

Решение задачи показано на рис. 65. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный, поскольку его углы не равны).

РЕШЕНИЕ



Рис. 65

ИЗ 19 И ИЗ 12

На рис. 66 вы видите, как можно 19 целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков — хотя бы и иной формы — 12 целыми спичками?

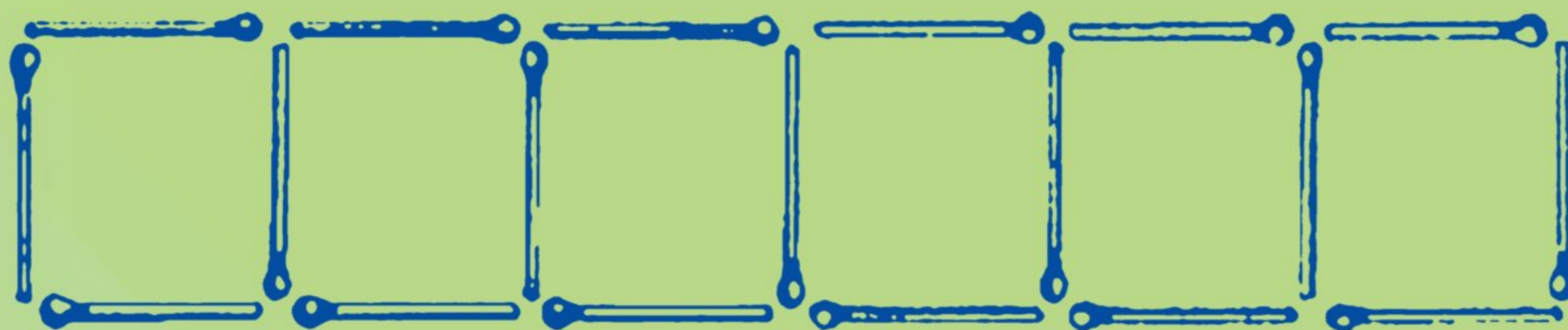


Рис. 66

Решение задачи показано на рис. 67.

РЕШЕНИЕ

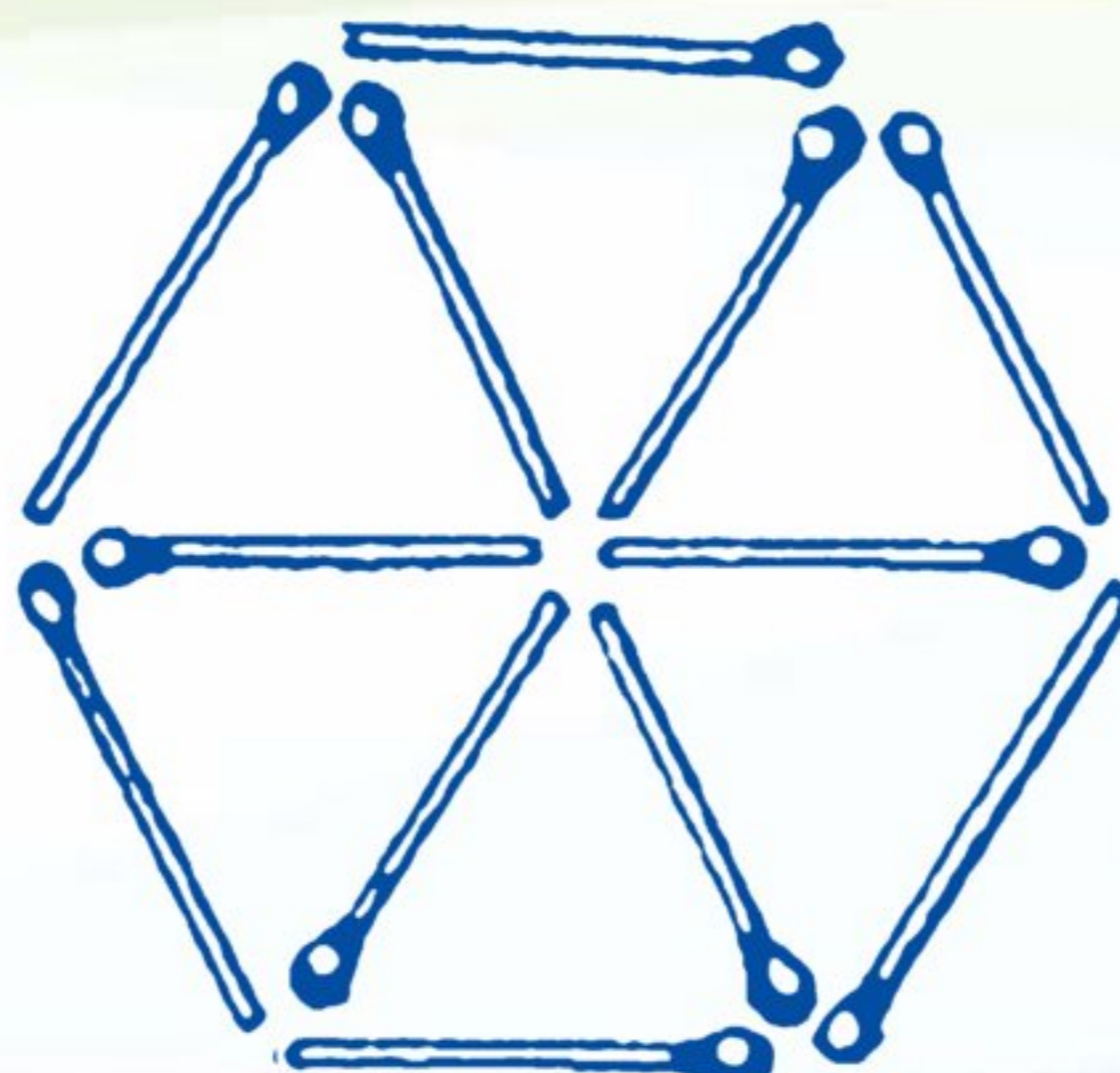


Рис. 67

КОШКИ И КОТЯТА

Четыре кошки и 3 котенка весят 15 кг, а 3 кошки и 4 котенка весят 13 кг.

Сколько весит каждая кошка и каждый котенок в отдельности?

Постарайтесь эту задачу решить устно.

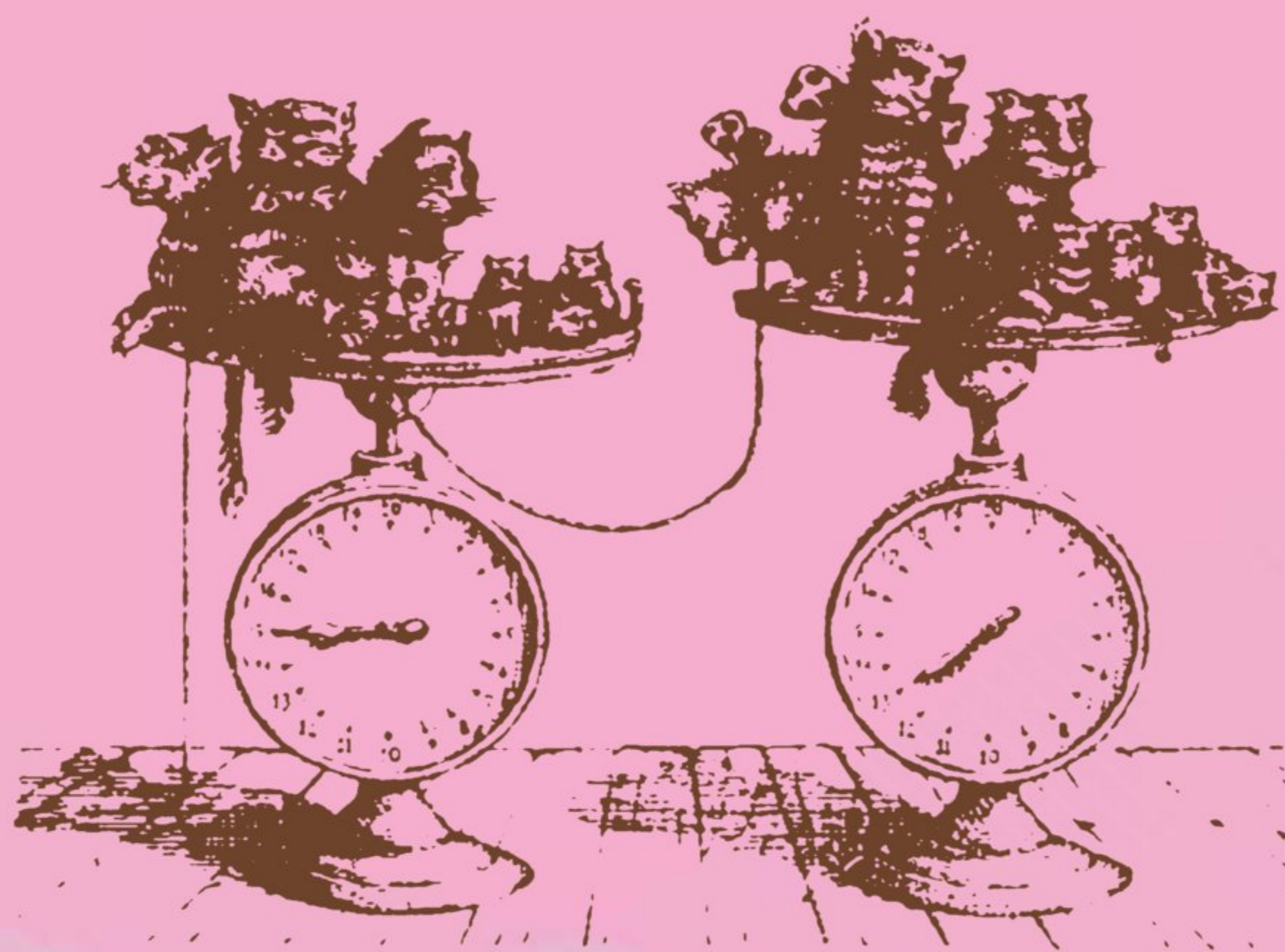


Рис. 68

Сравнивая оба взвешивания, легко увидеть, что от замены одной кошки котенком вес груза уменьшился на 13, т. е. на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у вас будет тогда $4 + 3 = 7$, а стрелка весов вместо 15 кг покажет на 2×4 , т. е. на 8 кг меньше. Значит, 7 котят весят $15 - 8 = 7$ кг. Отсюда ясно, что котенок весит 1 кг, взрослая же кошка $1 + 2 = 3$ кг.

РЕШЕНИЕ

ВЕС БУТЫЛКИ

Бутылка, наполненная керосином, весит 1000 г. Та же бутылка, наполненная кислотой, весит 1600 г. Кислота вдвое тяжелее керосина. Сколько весит бутылка?



Из условия задачи мы знаем, что вес бутылки + вес керосина = 1000 г. А так как кислота вдвое тяжелее керосина, то вес бутылки + двойной вес керосина = 1600 г. Отсюда ясно, что разница в весе: $1600 - 1000 = 600$ г, есть вес керосина, налитого в бутылку. Но бутылка вместе с керосином весит 1000 г; значит, бутылка весит $1000 - 600 = 400$ г. Действительно, вес кислоты (1600 — 400 = 1200 г) оказывается вдвое больше веса керосина.

РЕШЕНИЕ

ПРОСТОЕ ВЫЧИТАНИЕ

Сколько раз можно вычесть 6 из 30?

Только один. Потом 6 уже будет вычитаться из 24 и т. д.

РЕШЕНИЕ



ЗАГАДОЧНЫЙ РИСУНОК

Пока вы смотрите на эти две физиономии (рис. 69), держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычного.

Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь: физиономии словно оживут — начнут двигать зрачками вправо и влево, при этом их рот и нос также не останутся неподвижными.

Отчего это происходит?

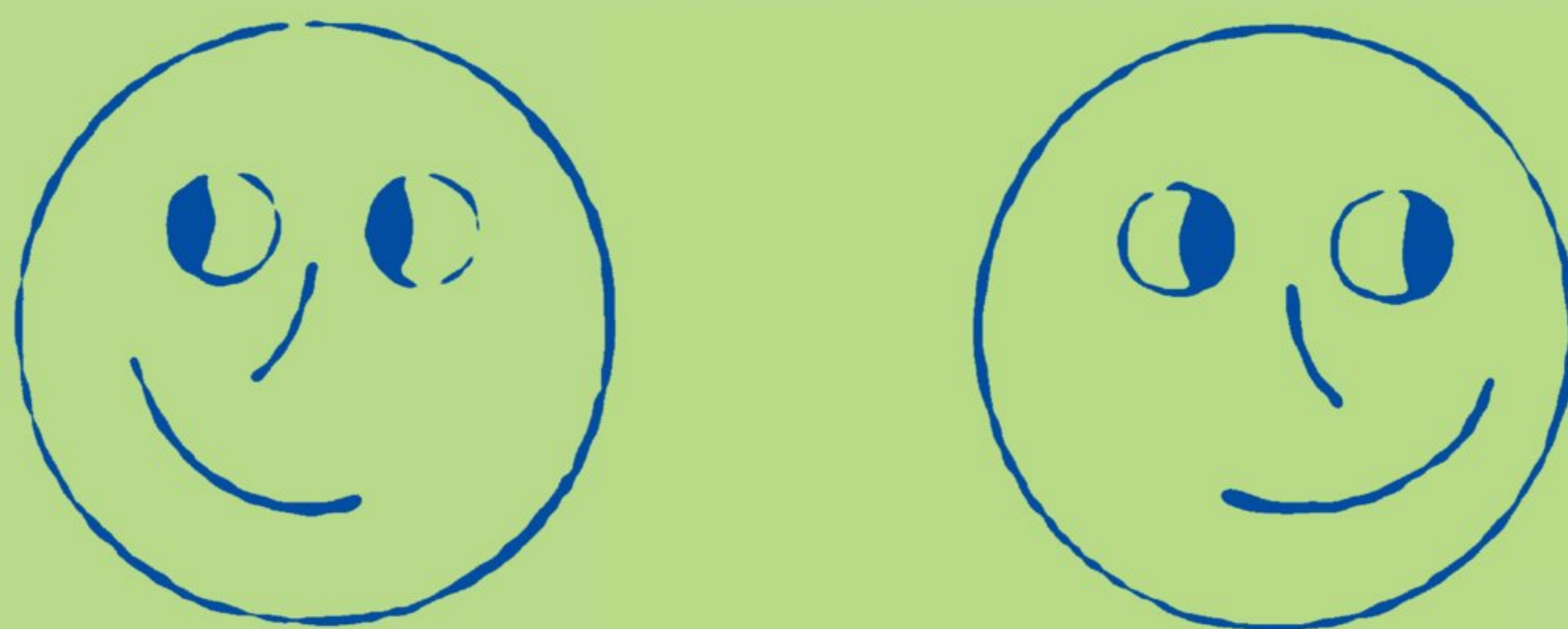


Рис. 69. Живые портреты

Зрачки на рисунке как будто движущимися по той же причине, по которой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление исчезает не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно исчезнет и заменится новым, естественно, должно показаться, что зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

РЕШЕНИЕ

ОТГАДЧИК

Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас гривенник (десятикопеечная монета). Делает он это так:

— Возьмите, — говорит он, — в одну руку гривенник, а в другую монету в 3 копейки.

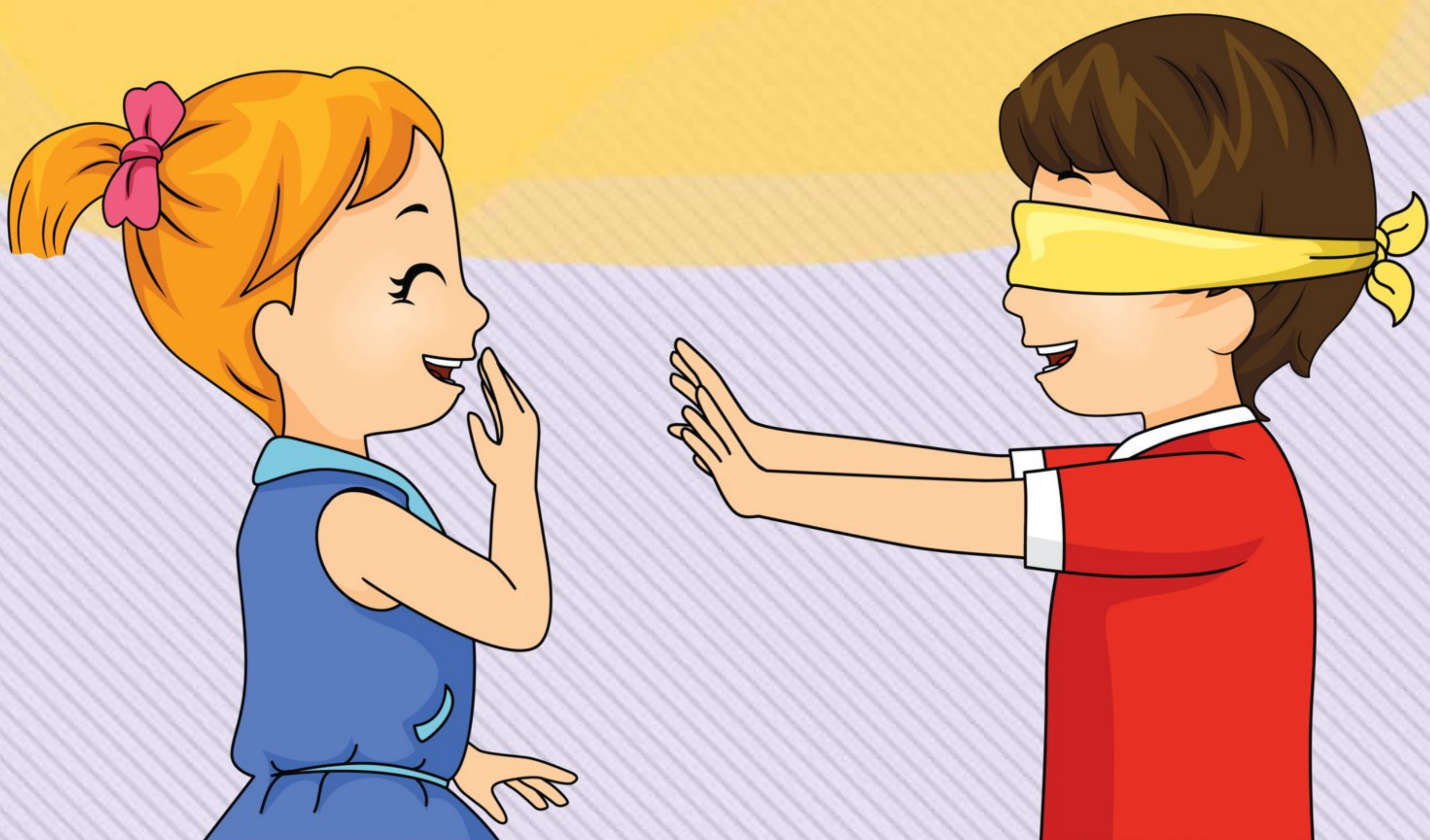
Когда это сделано, он продолжает:

— Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось четное или же нечетное число.

— Четное, — отвечаете вы, например.

— Гривенник в левой руке, — тотчас же объявляет он, и всегда указывает безошибочно.





РЕШЕНИЕ

Удвоявая или утраивая четное число, вы всегда получаете в результате четное число. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Приведем, следовательно, для четного числа и при удвоении, и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим четное, а складывая четное и нечетное, получим нечетное число.

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки были удвоены, а не утроены, т. е. находились в правой руке. Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в левой руке.

КРИВЫЕ НОГИ

Почему у этих двух человек такие кривые ноги?

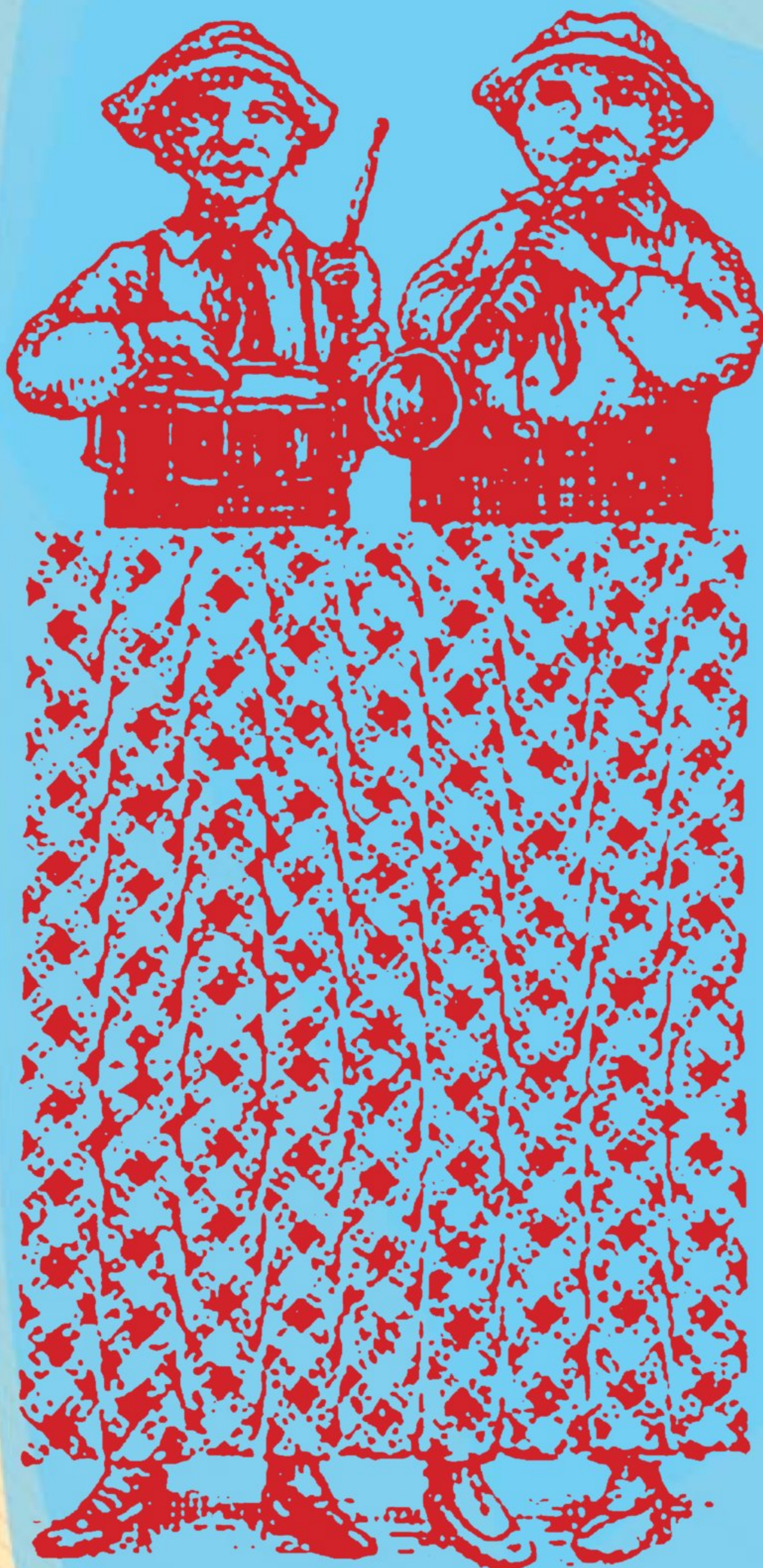


Рис. 70. Два великана с кривыми ногами

У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их прямо по линейке — все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой. Проверку можно выполнить и без линейки: держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль линий ног, и вы ясно увидите, что ноги прямые. Кажущаяся кривизна представляется собой ложный обман зрения, который особенно усиливается, если смотреть на рисунок сбоку.

РЕШЕНИЕ

ПЯТЬ ОБРЫВКОВ ЦЕПИ

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой (рис. 71), и велели соединить их в одну цепь.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что четыре.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?



Рис. 71. Обрывки цепи

Достаточно разогнуть три кольца одной цепи, и полученными кольцами можно соединить концы остальных четырёх.

РЕШЕНИЕ

ЧЕТЫРЬМЯ ПЯТЕРКАМИ

Нужно выразить число 16 с помощью 4 пятерок, соединяя их знаками действий. Как это сделать?

Существует только один способ:
 $55 : 5 + 5 = 16$.

РЕШЕНИЕ



ЯЩИК



У меня есть ящик,
и я могу вам
сказать, что крышка
его заключает
120 квадратных

дюймов, передняя стенка — 96, а боковая — 80.

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящика,
т. е. сколько он имеет в длину, ширину и высоту?

И, следовательно, ширина ящика равна 10 см. Зная это, легко
определить, что высота ящика равна:

$$10/80 = 8 \text{ см, а его длина} = 96/8 = 12 \text{ см.}$$

ширина \times ширина = 100.

Сократив дробь и произведя действия, имеем:

$$\frac{96}{120 \times 80} = \frac{\text{длина} \times \text{высота}}{\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина}}$$

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина} = 120 \times 80.$$

Перемножим первые два равенства. Получим:

$$\text{высота} \times \text{длина} = 96.$$

$$\text{высота} \times \text{ширина} = 80;$$

$$\text{длина} \times \text{ширина} = 120;$$

образом,

поверхность крышки равна произведению длины ящика и его
ширины; поверхность боковой стенки равна высоте \times ширину;
поверхность передней стенки — высоте \times длину. Таким

РЕШЕНИЕ

ПРУД

Имеется квадратный пруд (рис. 72). По углам его, близ самой воды, растет 4 старых развесистых дуба. Пруд понадобилось расширить: сделать вдвое больше по площади, сохранив квадратную форму. Но вековые дубы трогать не хотят. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, оказались на берегах нового пруда?



Рис. 72. Задача о пруде

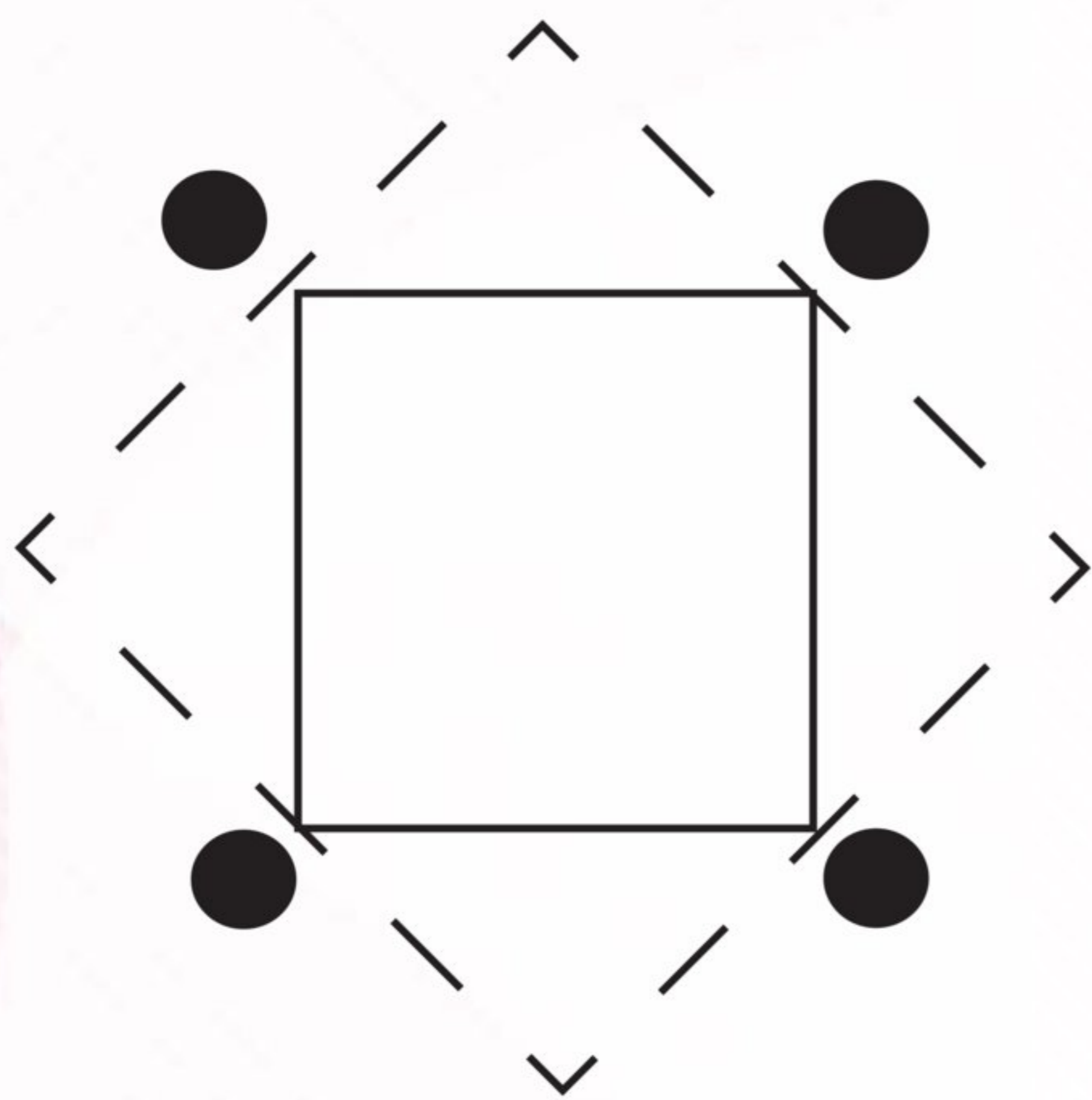


Рис. 73

Расширить площадь пруда вдвое, сохранив его квадратную форму и не трогая дубов, вполне возможно. На рис. 73

показано, как это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. Легко убедиться, что по площади новый пруд вдвое больше имелся: достаточно провести диагонали в прежнем пруде и вычислить площадь образующихся при этом треугольников.

РЕШЕНИЕ

ГОРИЗОНТ

Часто приходится читать и слышать, будто одно из убедительных доказательств шарообразности Земли заключается в том, что линия горизонта повсюду имеет форму окружности, а коль скоро это так, отсюда делается вывод, что Земля наша должна быть шаром. Подумайте, однако, какую форму имела бы линия горизонта, если бы Земля была не шарообразной, а плоской и бесконечно простиралась бы во все стороны?



Даже если бы Земля была совершенно плоской, линия горизонта была бы окружностью! Действительно, что такое горизонт? Воображаемая линия, по которой небесный свод пересекается с Землей. Но небесный свод имеет форму шаровой поверхности. По какой же другой линии шаровая поверхность может пересекаться с плоскостью, как не по окружности? Итак, круглая форма горизонта сама по себе еще не доказывает, что Земля круглая!

РЕШЕНИЕ

БЕЛОШВЕЙКА

Белешвейке нужно отрезать от полотна несколько квадратных кусков. Свою работу она проверяет тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли его края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму. Так ли это?

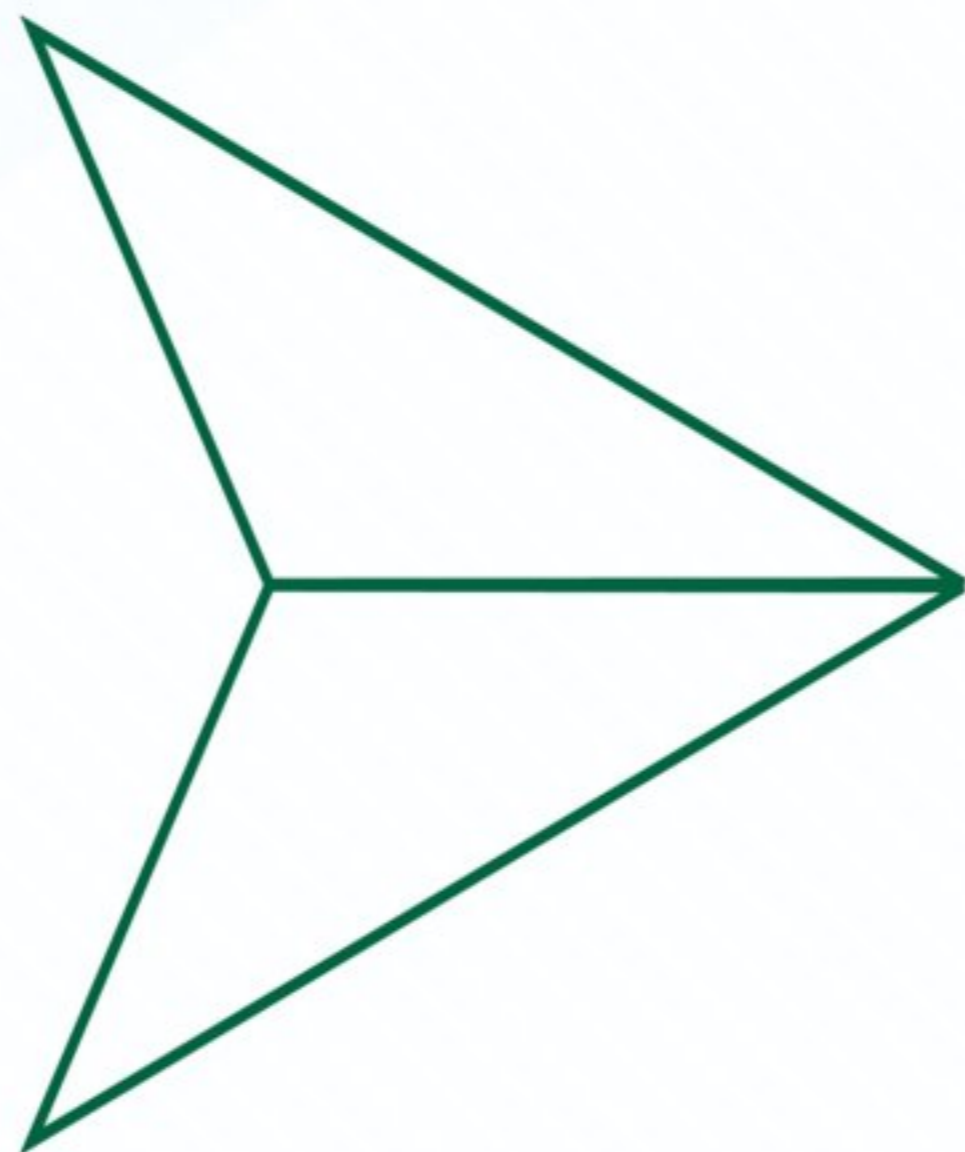
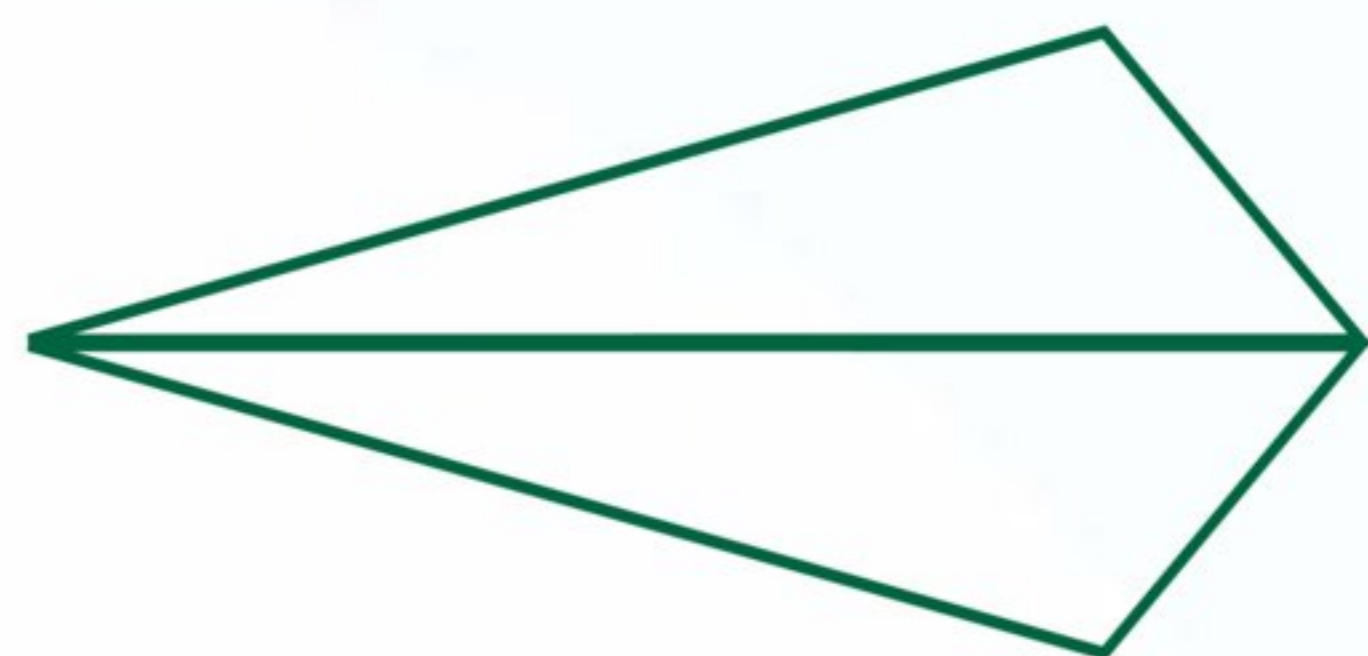


Рис. 74



Проверка недостаточна. На рис. 74 начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все-таки это не квадраты. Такая проверка позволяет убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

РЕШЕНИЕ

ЕЩЕ БЕЛОШВЕЙКА

Подруга нашей беложвейки не довольствовалась описанным способом проверки. Отрезанный четырехугольник она перегибала сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, — по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, считала квадрат вырезанным правильно.

Что вы скажете о такой проверке?

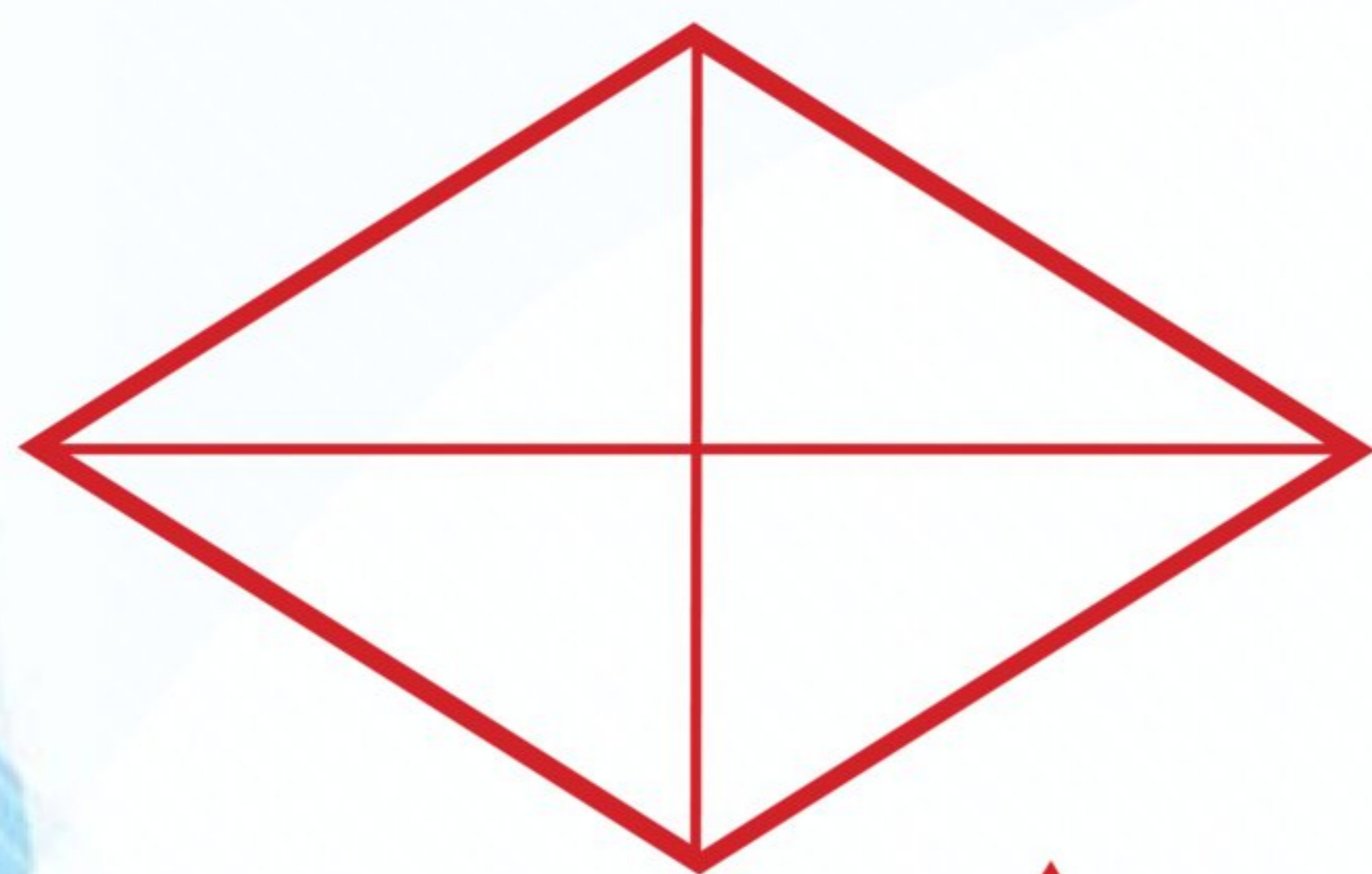
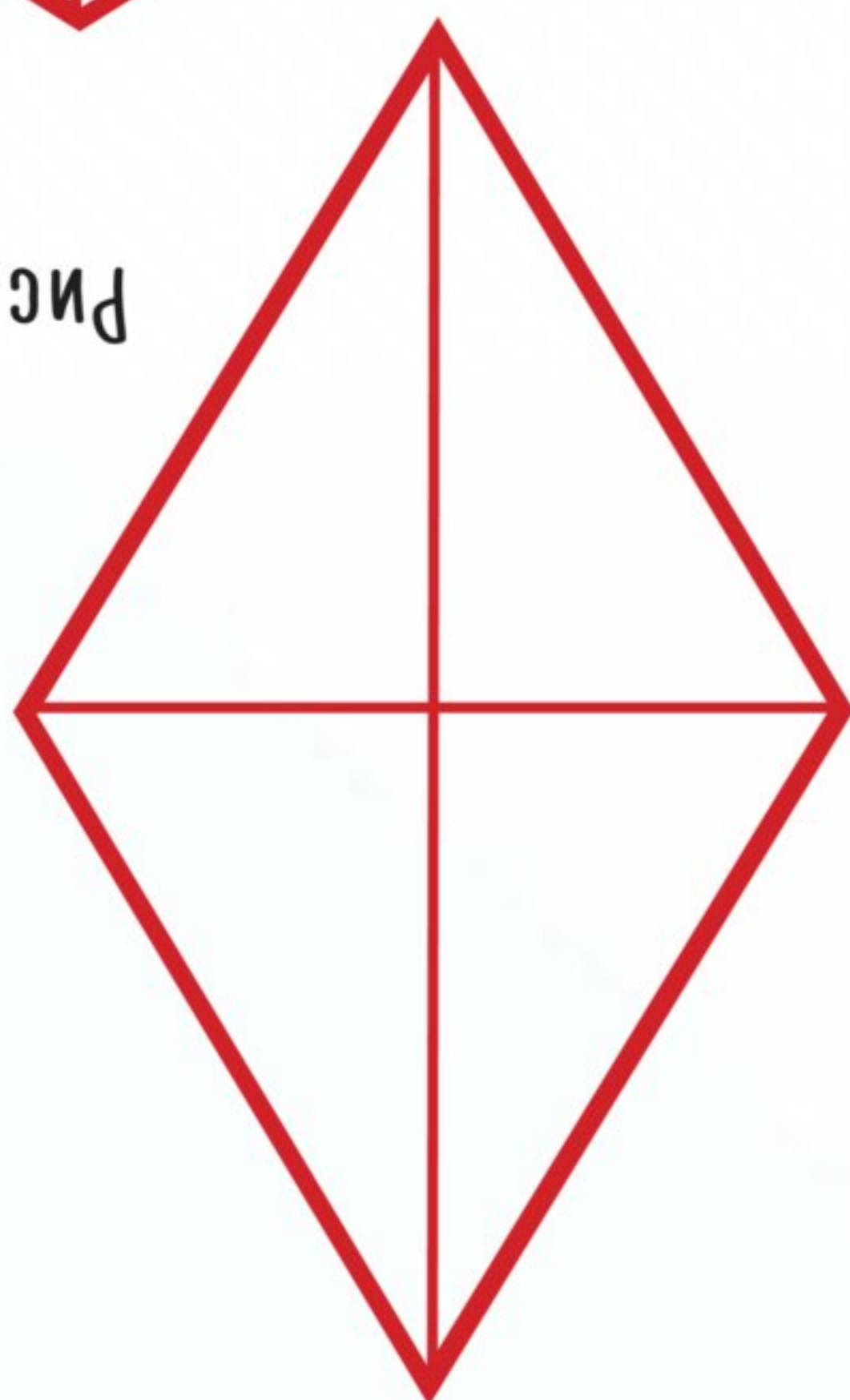


Рис. 75



Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые поддержат эту проверку, хотя они и не являются квадратами (рис. 75). У них все стороны равны, но углы не прямые, так что это ромбы. Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, проверить, равны ли его диагонали (или углы).

РЕШЕНИЕ

ВИШНЯ



Мякоть вишни окружает ее косточку слоем толщиной в косточку. Будем считать, что и вишня, и косточка имеют форму шариков.

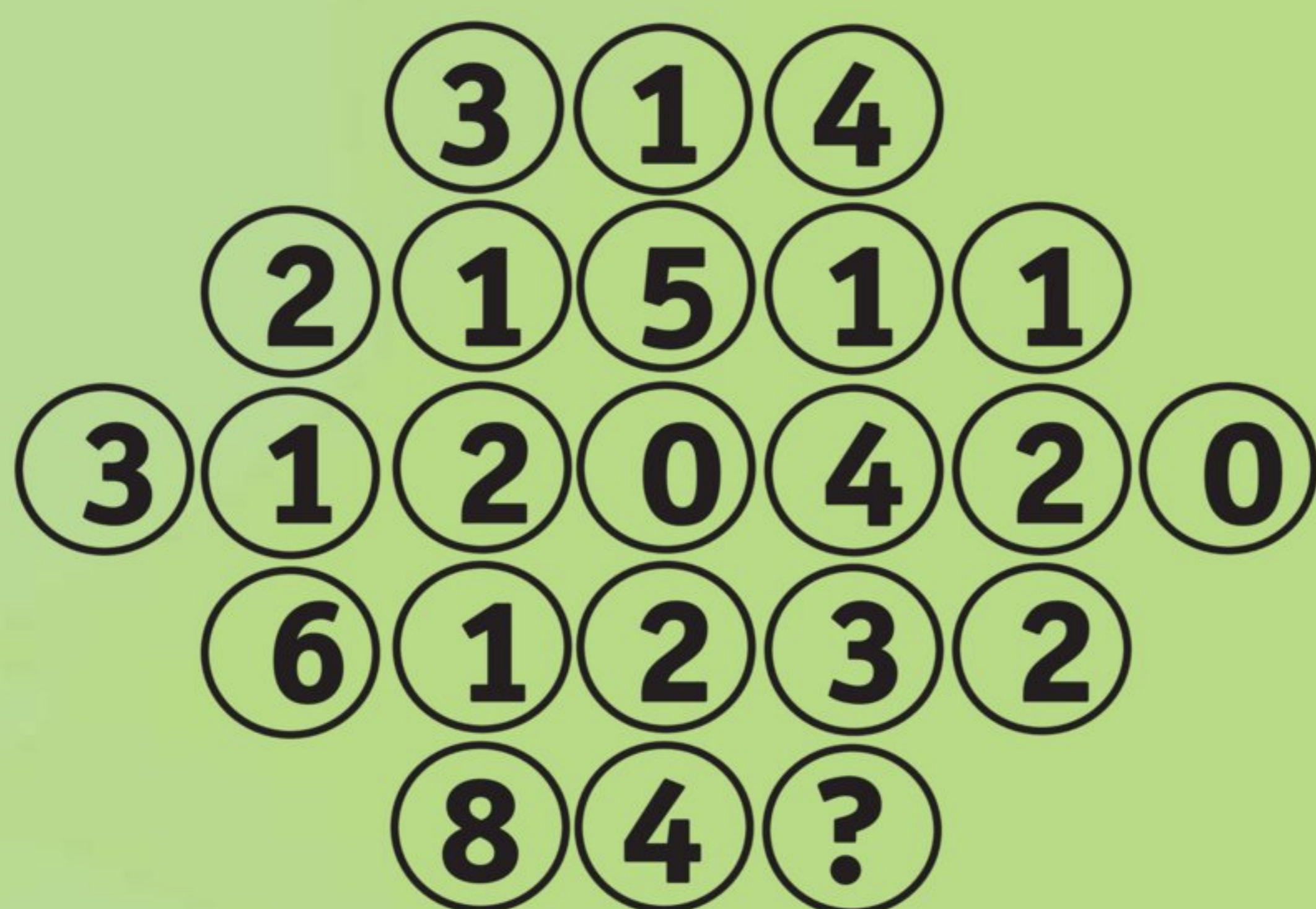
Сообразите в уме, во сколько раз объем сочной части вишни больше объема косточки?

Толщина слоя мякоти равна поперечнику косточки. Значит, поперечник вишни в 3 раза больше поперечника косточки. Отсюда объем вишни больше объема косточки в $3 \times 3 \times 3 = 27$ раз. И следовательно, объем мякоти больше объема косточки в $27 - 1 = 26$ раз.

РЕШЕНИЕ

ЗАКОНОМЕРНАЯ ЗАМЕНА

Какое число необходимо подставить вместо знака вопроса?



Ответ: 4. Суммы чисел в каждом ряду подчиняются следующей закономерности: 8, 10, 12, 14, 16.

РЕШЕНИЕ

ГРЕНКИ НА ЗАВТРАК

Вероника решила приготовить на завтрак гренки. У нее есть только маленькая сковорода, на которой помещается только два ломтика хлеба. Чтобы обжарить одну сторону гренки, нужно потратить одну минуту. Вероника смогла приготовить три гренки за три минуты. Как это у нее получилось?



за первую минуту Вероника обжарила одну сторону первой и второй гренки. За вторую минуту она перевернула первую гренку на другую сторону, вторую временно убрала, а на ее место положила третью. За третью минуту девочка сняла со сковороды готовую первую гренку, вернула на сковороду вторую и обжарила ее вместе с перевернутой третьей.

РЕШЕНИЕ

КАК ПОЛУЧИТЬ 20?

Вы видите здесь три числа,
подписанные одно под другим:

111

777

999

Надо зачеркнуть шесть цифр
так, чтобы оставшиеся числа
составляли вместе 20.

Можете ли вы это сделать?



Действительно: $11 + 9 = 20$.

009

000

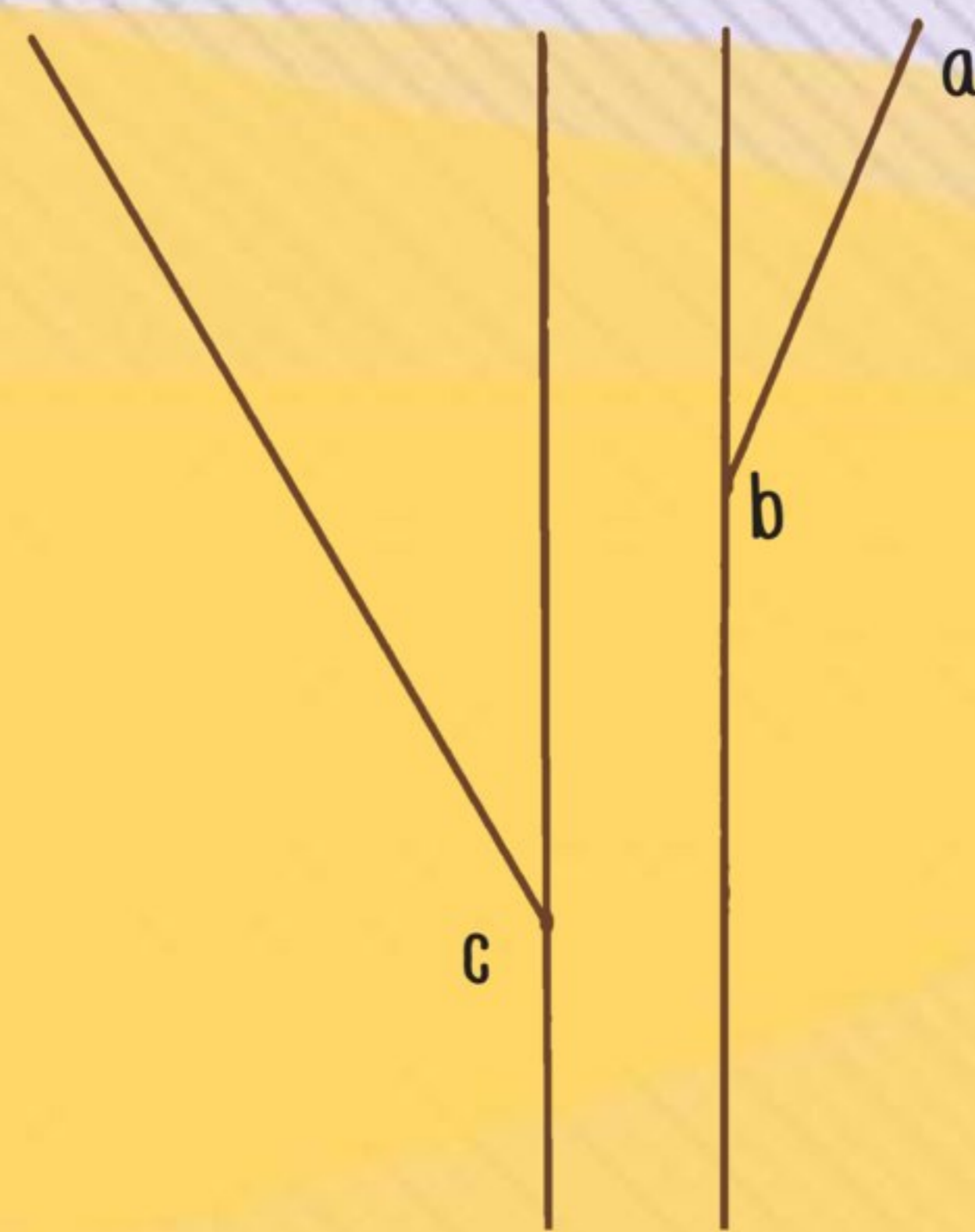
011

Вот как это надо сделать (зачеркнутые цифры заменены нулями):

РЕШЕНИЕ

ПРОДОЛЖИТЬ ЛИНИЮ

Если продолжить прямую
линию ab (рис. 76), то куда она
упрется: выше точки c или ниже?



Прямая упрется в точку c .

РЕШЕНИЕ

Рис. 76. Куда упрется
линия?

БРУСОК МЫЛА

На одну чашку весов положен брусок мыла, на другую — $\frac{3}{4}$ такого же бруска и гиря в $\frac{3}{4}$ кг. Весы в равновесии.

Сколько весит целый брусок мыла? Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

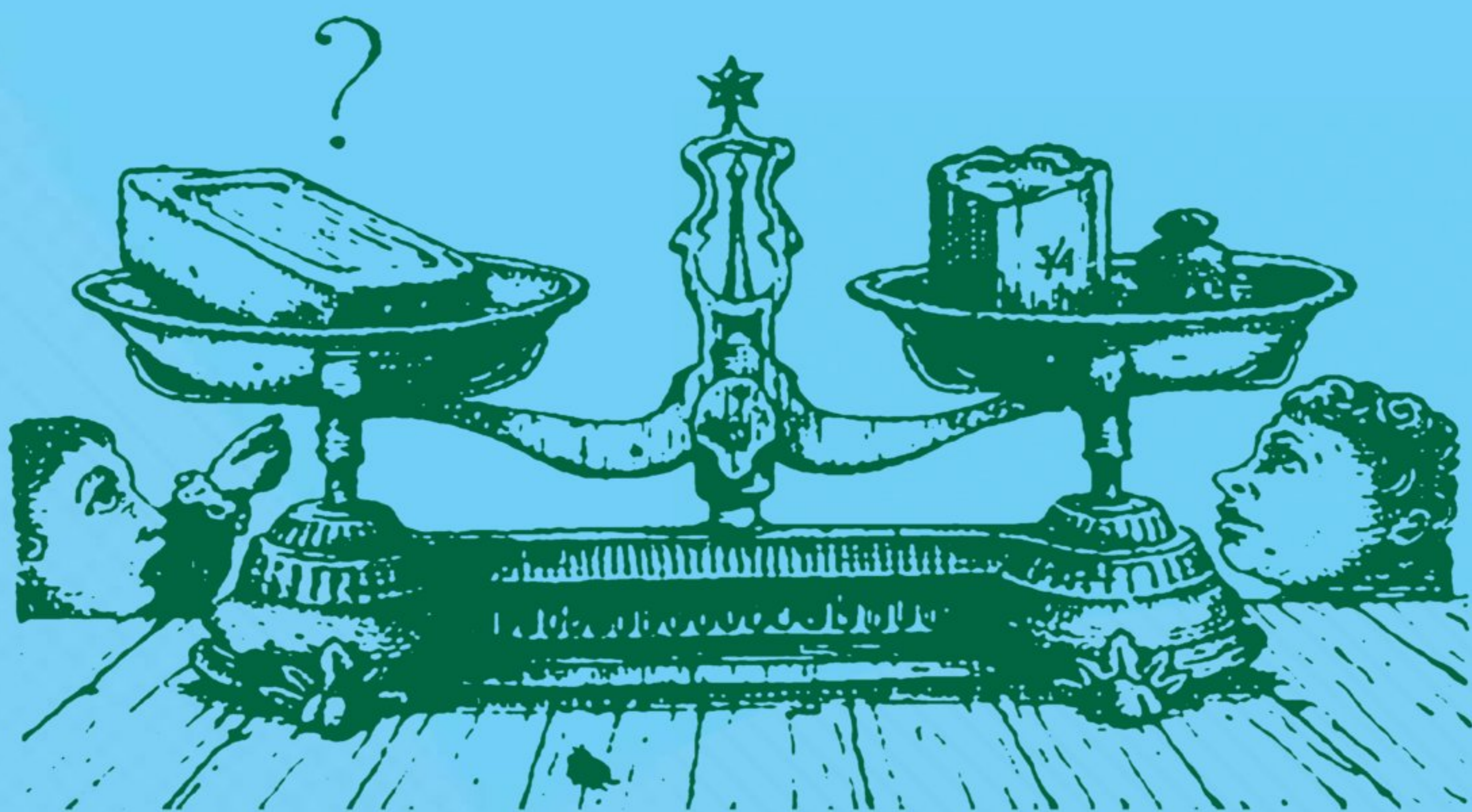


Рис. 77. Сколько весит брусок мыла?

Решение. Пусть брусок мыла весит x кг. Тогда $\frac{3}{4}x$ кг весит гиря в $\frac{3}{4}$ кг. Три четверти бруска мыла плюс гиря в $\frac{3}{4}$ кг весит столько же, сколько целый брусок. Но целый брусок — это $\frac{3}{4}$ бруска плюс $\frac{1}{4}$ бруска. Значит, $\frac{1}{4}$ бруска весит $\frac{3}{4}$ кг. И следовательно, целый брусок весит в четыре раза больше, чем $\frac{3}{4}$ кг, т. е. 3 кг.

РЕШЕНИЕ

ЧАЙНЫЙ СЕРВИЗ

Мне пришлось как-то целый вечер ждать поезд на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем заполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попала мне в иностранном журнале. Задача состояла в следующем. Стол разграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам чашки, чайник и молочник, как показано на рис. 78. Суть задачи в том, чтобы поменять местами чайник и молочник, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, а именно:

- 1) предмет перемещать только в тот квадрат, который окажется свободным;
- 2) нельзя передвигать предметы по диагонали квадрата;
- 3) нельзя переносить один предмет поверх другого;
- 4) нельзя также помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.



Рис. 78. Стол, накрытый к чаю

Эта задача имеет много решений, но интересно найти самое короткое, т. е. обменять местами чайник и молочник за наименьшее число ходов.

В поисках решения незаметно прошел вечер; я покидал станцию, так и не найдя кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое наименьшее число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

Рис. 79. Задача о перестановке чайной посуды

5	4	3
2		1

Для удобства заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде: надо поменять местами предметы 2 и 5. Вот порядок, в каком их следует передвигать на свободный квадрат: 2, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 5, 2. Задача решается в 17 ходов; более короткого решения нет.

РЕШЕНИЕ

КРУГ ИЗ ДВУХ ЭЛЕМЕНТОВ

Из каких двух элементов составлена фигура 5?



Из элементов 2 и 8.

РЕШЕНИЕ

ДЕСЯТЬ ДОМОВ

Некто желал построить 10 домов, соединенных между собой крепкими стенами. Стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя домами на каждой. Приглашенный архитектор представил план, который вы видите здесь на рис. 80.

Этим планом заказчик остался недоволен: ведь при таком расположении можно подойти свободно к любому дому, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два дома были защищены стенами от нападения извне. Архитектор вообразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 домов должны быть расположены по 4 на каждой из пяти линий. Но заказчик настаивал на своем. Долго ломал архитектор голову над этой задачей и, наконец, решил ее. Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 домов и 5 соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было выполнено.

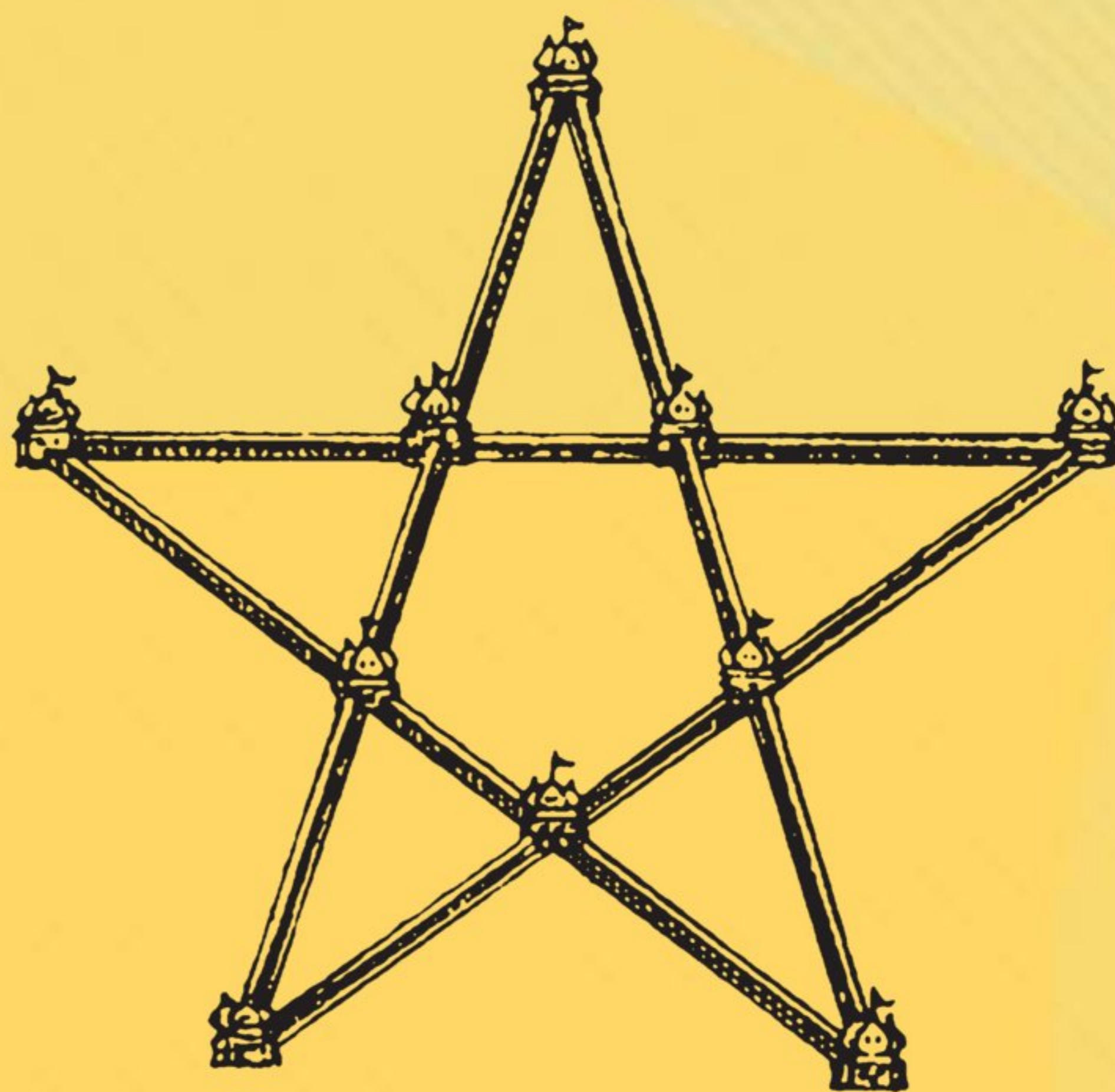
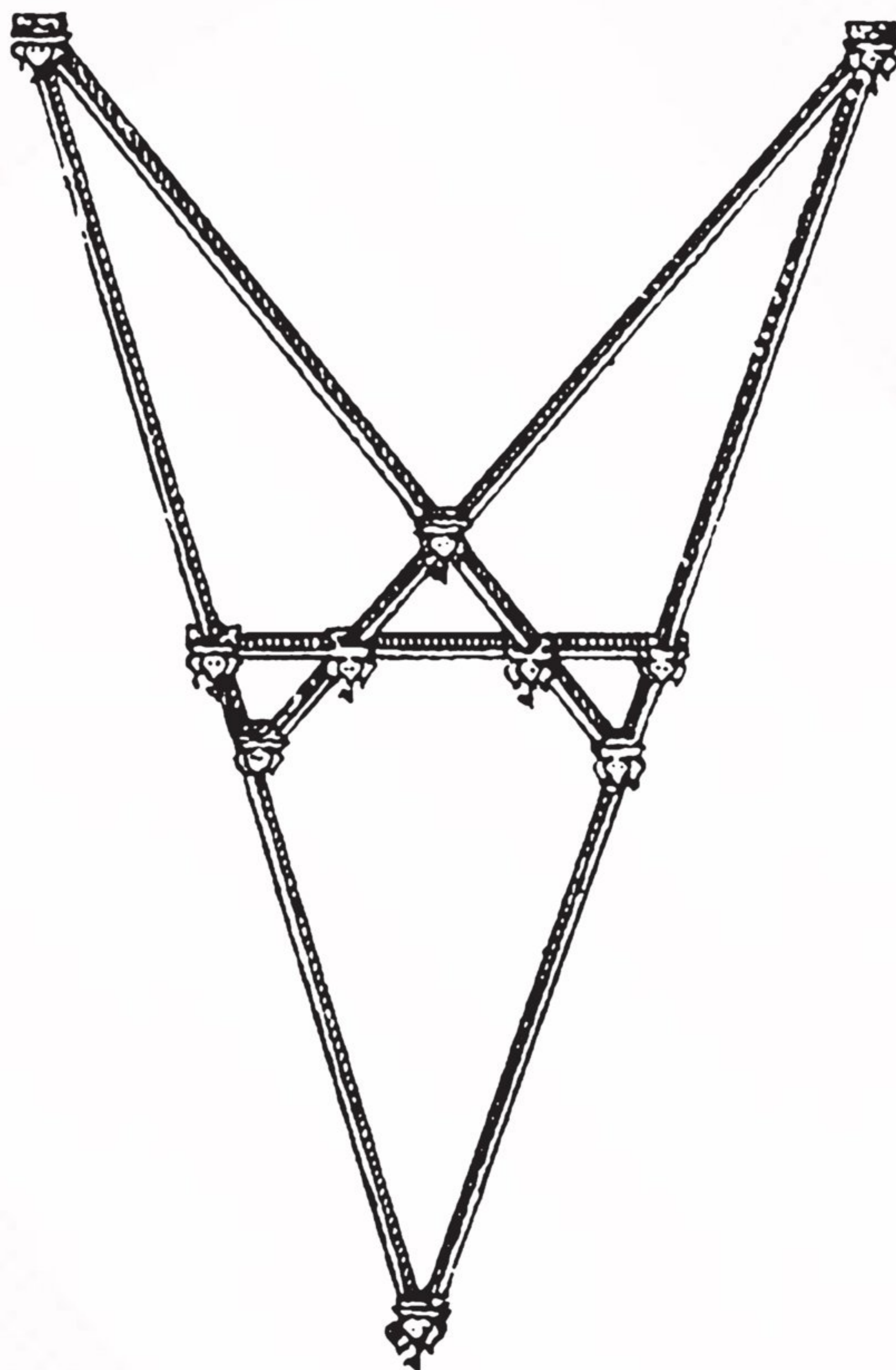


Рис. 80. Дома и стены

Рис. 81. Два дома и стены (два дома в безопасности)



Вот единственное расположение, при котором 2 дома находятся в безопасности от нападения извне (рис. 81).
 Все 10 домов расположены здесь, как требовалось в задаче:
 по 4 на каждой из пяти прямых стен.

РЕШЕНИЕ

ЧИСТКА КАРТОФЕЛЯ

Двое очистили 400 штук картофеля; один очищал три штуки в минуту, другой — две. Второй работал на 25 мин больше первого.

Сколько времени работал каждый?



РЕШЕНИЕ

За 25 избыточных минут работы второй очистил $2 \times 25 = 50$ штук. Отняв эти 50 от 400, узнаем, что, работая одинаковое время, оба очистили бы 350 штук. Так как совместно оба вместе очищают $2 + 3 = 5$ штук, то, разделив 350 на 5, узнаем, что каждый при этом работал 70 мин. Это действительная продолжительность работы первого; второй работал $70 + 25 = 95$ мин. В самом деле: $3 \times 70 + 2 \times 95 = 400$.

ПОМЕСТИТСЯ ЛИ?

Поместится ли в промежутке между AB и CD (рис. 82) изображенный здесь кружок?

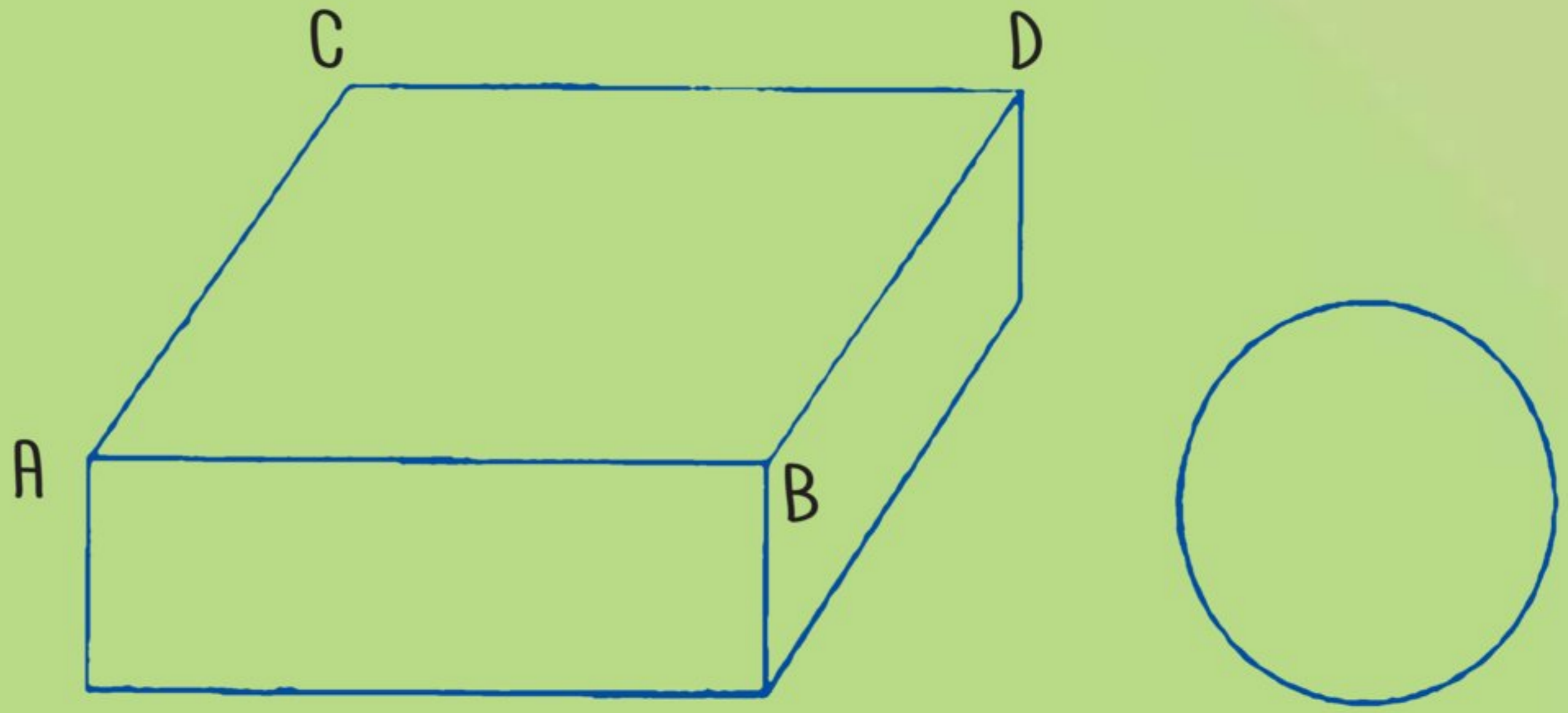


Рис. 82. Поместится ли кружок между AB и CD ?

Нет, не поместится.

РЕШЕНИЕ

МАРИНА И КАКТУСЫ

Марина решила пересадить свои любимые кактусы в горшки побольше. Если она посадит по одному кактусу в каждый горшок, то одному кактусу не хватит горшка. Если же Марина посадит в каждый горшок по два кактуса, то один горшок останется свободным. Сколько кактусов и сколько горшков у Марины?



У Марины четыре кактуса и три горшка.

РЕШЕНИЕ

КРАСНЫЙ КРЕСТ

У сестры милосердия имелся квадратный кусок красной материи, из которого нужно было сшить крест (рис. 83). Она хотела так перешить квадрат, чтобы использовать всю материю. После долгих поисков ей удалось разрезать квадрат на 4 куска, из которых она и сшила крест. В нем было всего два шва, каждый в виде прямой линии. Попробуйте сделать то же самое из квадратного куска бумаги.

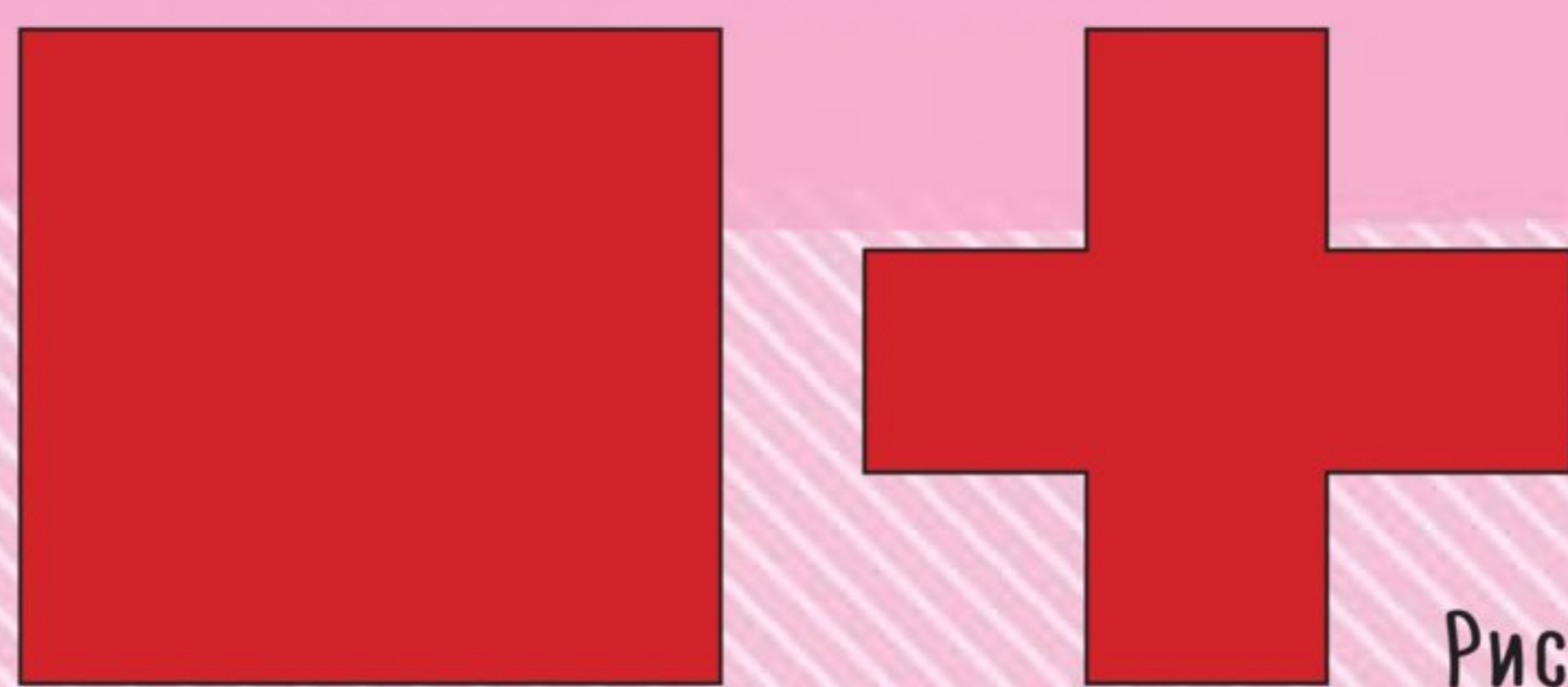
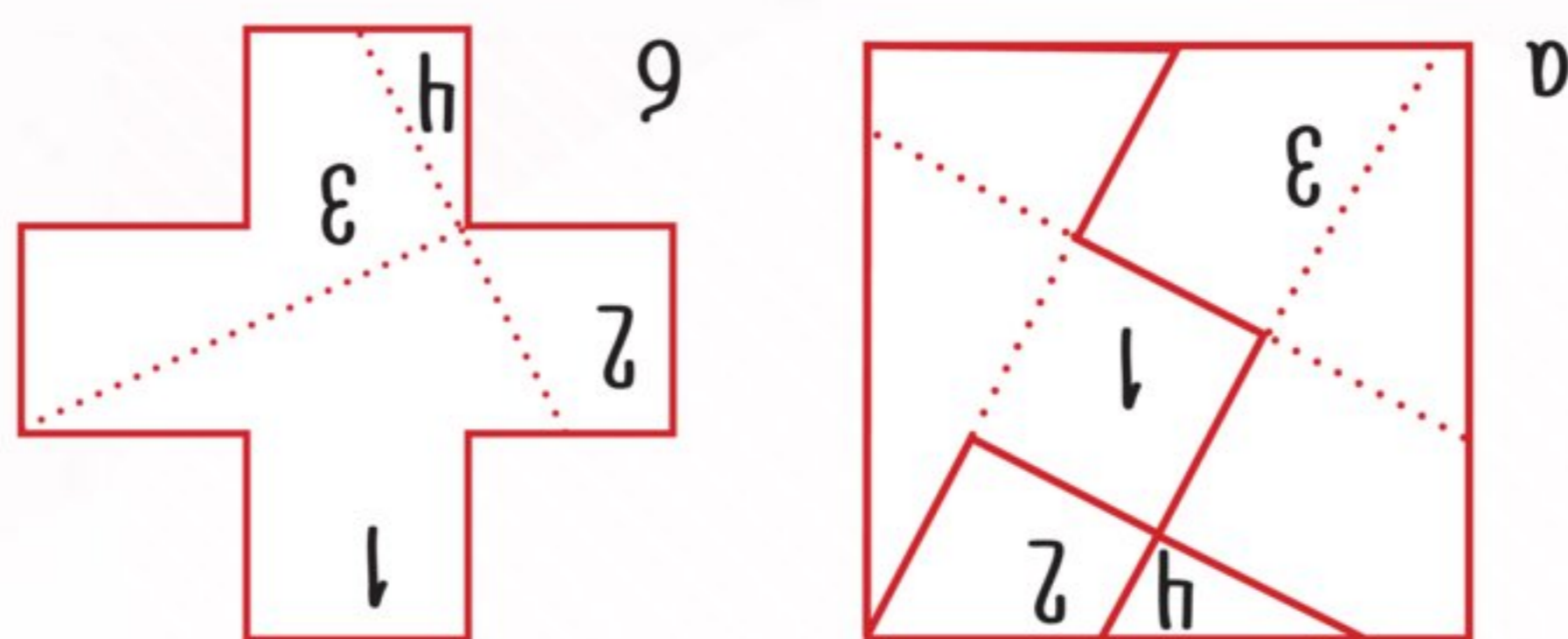


Рис. 83

Рис. 84.
Как раскроить квадрат, чтобы из него можно было сшить крест?



Сестра разрежала квадратный кусок материи на 4 части так, как показано на рис. 84 а. Пунктиром обозначены линии разреза от вершин квадрата к середине его сторон. Из этих четырех кусков сестра сшила крест (рис. 84 б). Как видите, в нем всего два шва.

РЕШЕНИЕ

ИЗ ЛОСКУТКОВ

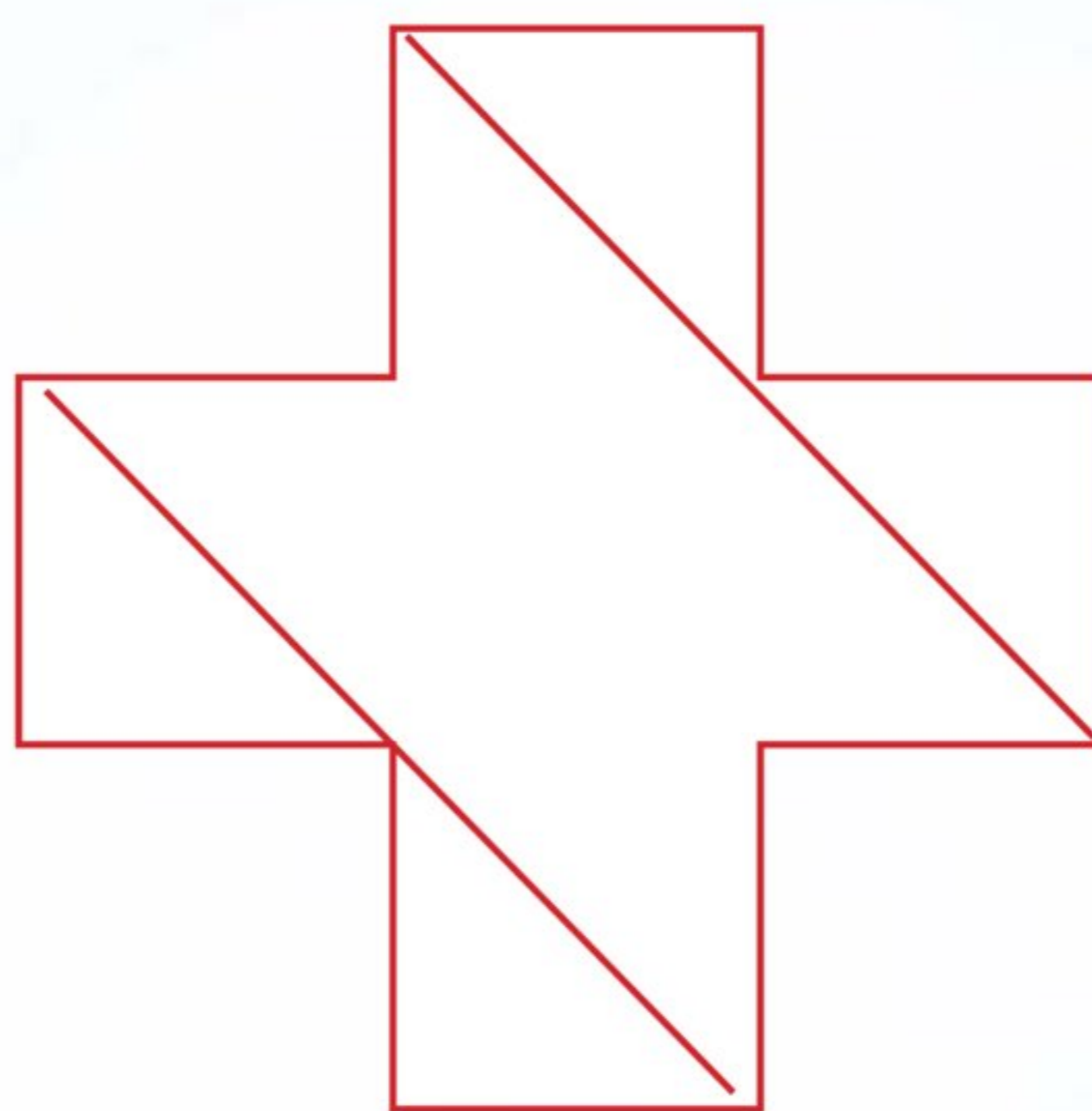
У другой сестры милосердия были такие обрезки красной материи, какие изображены на рис. 85.

Сестра ухитрилась, не разрезав этих лоскутов, сшить из них крест. Каким образом?



Рис. 85

Рис. 86



Вот как сестра сшила крест из обрезков:

РЕШЕНИЕ

ДВА КРЕСТА ИЗ ОДНОГО

У третьей сестры милосердия имелся готовый красный крест из материи, но он был чересчур велик, и она вырезала из него другой, поменьше.

Вырезав крест, сестра собрала обрезки —

их оказалось всего

4 — и решила,

что из них можно,

не разрезая ни одного

лоскутка, сшить еще один крест и притом точно такой же величины, как первый.

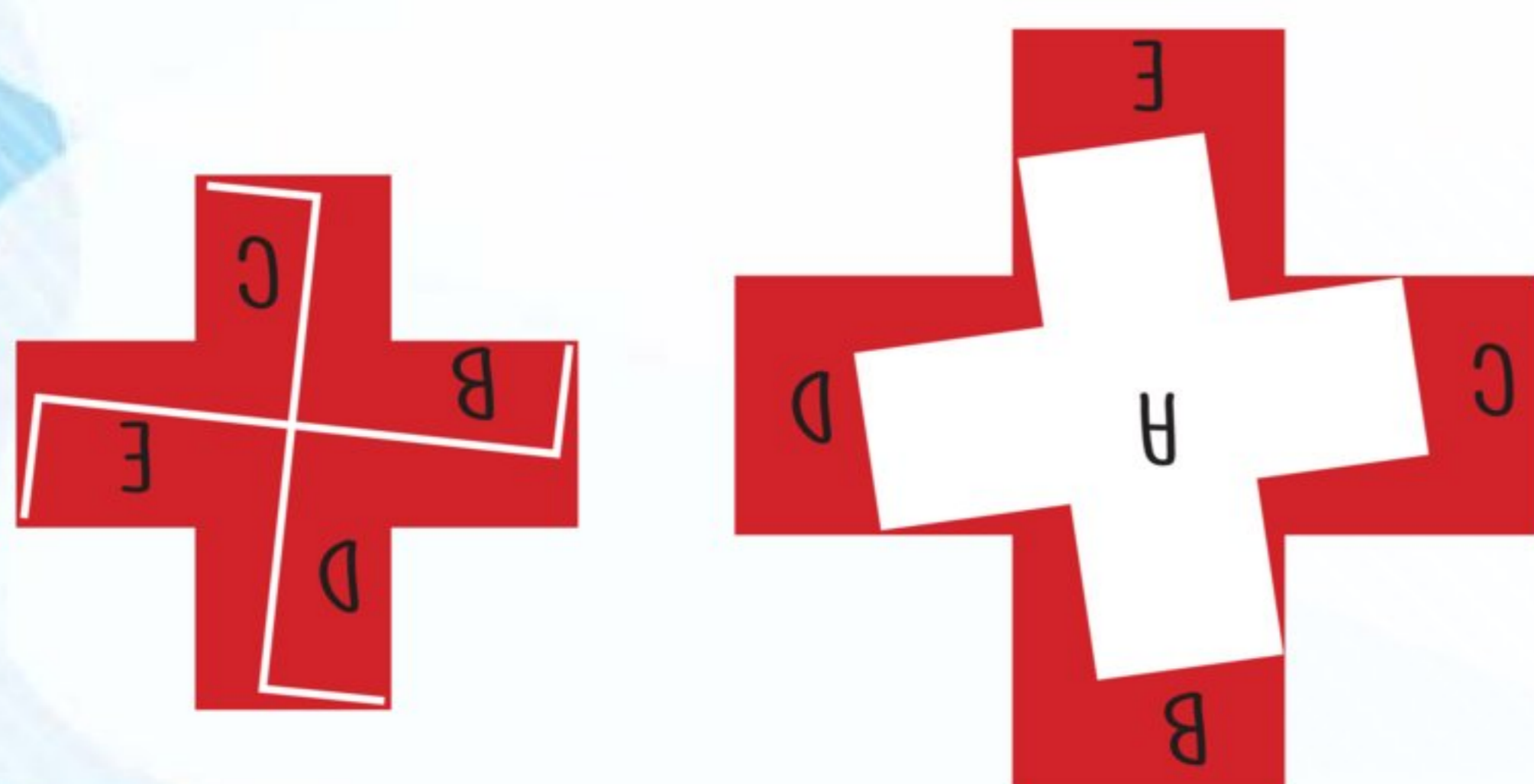
А значит, вместо одного креста у нее оказалось два поменьше одинаковой величины — один цельный, другой составной.

Можете ли вы показать, как сестра это сделала?



Рис. 87. Два красных креста из одного большого

Рис. 88. Как выкроить два малых креста из одного большого?



Способ, каким сестра вырезала малый крест из большого и составила еще один крест из обрезков, показан на рис. 88.

РЕШЕНИЕ

КТО БОЛЬШЕ?

Двое человек считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них по тротуару. Один из считавших стоял у ворот дома, другой — прохаживался вперед и назад по тротуару. Кто насчитал больше прохожих?



Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, тот, кто стоял у ворот, считал следовавших в обе стороны, зато тому, кто ходил, навстречу попадаючь в двое больше людей.

РЕШЕНИЕ

ОСНОВАНИЕ КАРФАГЕНА

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого ее братом, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрежала воловью шкуру на тонкие ремешки и окружила ими участок земли. Благодаря такой уловке она получила участок, достаточный для сооружения крепости. Так, гласит предание, возникла крепость Карфаген, вокруг которой впоследствии был построен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла занимать крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 м^2 , и принять ширину ремешков, на которые Дидона ее изрезала, равной одному миллиметру.



Если площадь воловьей шкуры 4 м^2 , или 4000000 мм^2 , а ширина ремня 1 мм , то общая длина вырезанного ремня (если Дидона вырезала его из шкуры по спирали) — 4000000 мм , т. е. 4000 м , или 4 км . Таким образом можно окружить квадратный участок площадью 1 км^2 .

РЕШЕНИЕ

ДЫНИ

Продаются две дыни. Одна — окружность 72 см — стоит 40 руб. Другая — окружность 60 см — стоит 25 руб. Какую дыню выгоднее купить?



РЕШЕНИЕ

Окружность большой дыни (72 см) превышает окружность меньшей (60 см) в $\frac{72}{60} = \frac{6}{5}$, т. е. в $\frac{11}{5}$ раза. Такого же и отношение ее периметра к периметру меньшей дыни. Значит, по объему первая дыня больше второй

$$\text{в } \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{216} \text{ раз.}$$

Если меньшая дыня стоит 25 руб., то большая должна стоить $25 \times 216 : 125 = 43$ руб. 20 коп., между тем ее продают всего за 40 руб. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

В ОЖИДАНИИ ТРАМВАЯ

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам трамвая, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.



— Чем стоять здесь и ждать, — ответил средний брат, — лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами — скорее домой приедем.

— Если уж идти, — возразил младший брат, — то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон, мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший — назад. Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон должен итти вперед и среднего брата и принять его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако братолюбивее всего поступил старший брат: спокойно ожидал на одном месте, он устал меньше других.

РЕШЕНИЕ

УДИВИТЕЛЬНАЯ ЗАТЫЧКА

В доске выпилены три отверстия: одно — квадратное, другое — круглое, третье — в форме креста (рис. 89).

Нужно изготовить затычку такой формы, чтобы она годилась для всех этих отверстий.

Вам кажется, что такой затычки быть не может: отверстия чересчур разнообразны по форме. Могу вас уверить, что подобная затычка существует. Попробуйте найти ее.



Рис. 89. Какой затычкой можно заткнуть все эти дыры?

Рис. 90



Затычка искомой формы изображена на рис. 90. Вы можете заткнуть ею и квадратное, и круглое, и крестообразное отверстие.

РЕШЕНИЕ

СОСТАВИТЬ КВАДРАТ

Можете ли вы составить квадрат из пяти кусков бумаги, показанных на рис. 91?

Если вы догадались, как решить эту задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников той же формы, что и те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого, рис. 92). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные четыре должны идти в дело целыми.

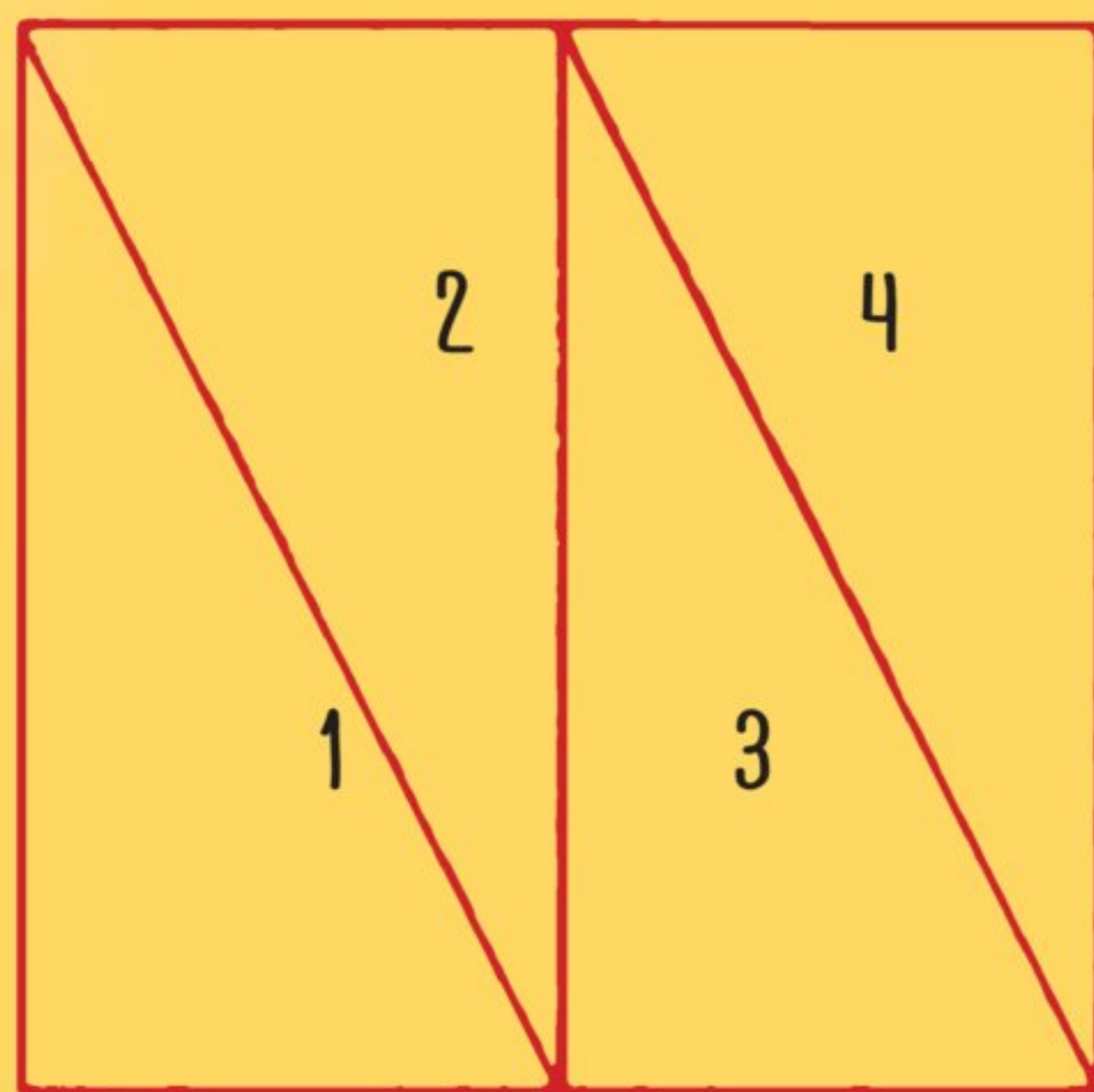


Рис. 91. Заготовка для квадрата

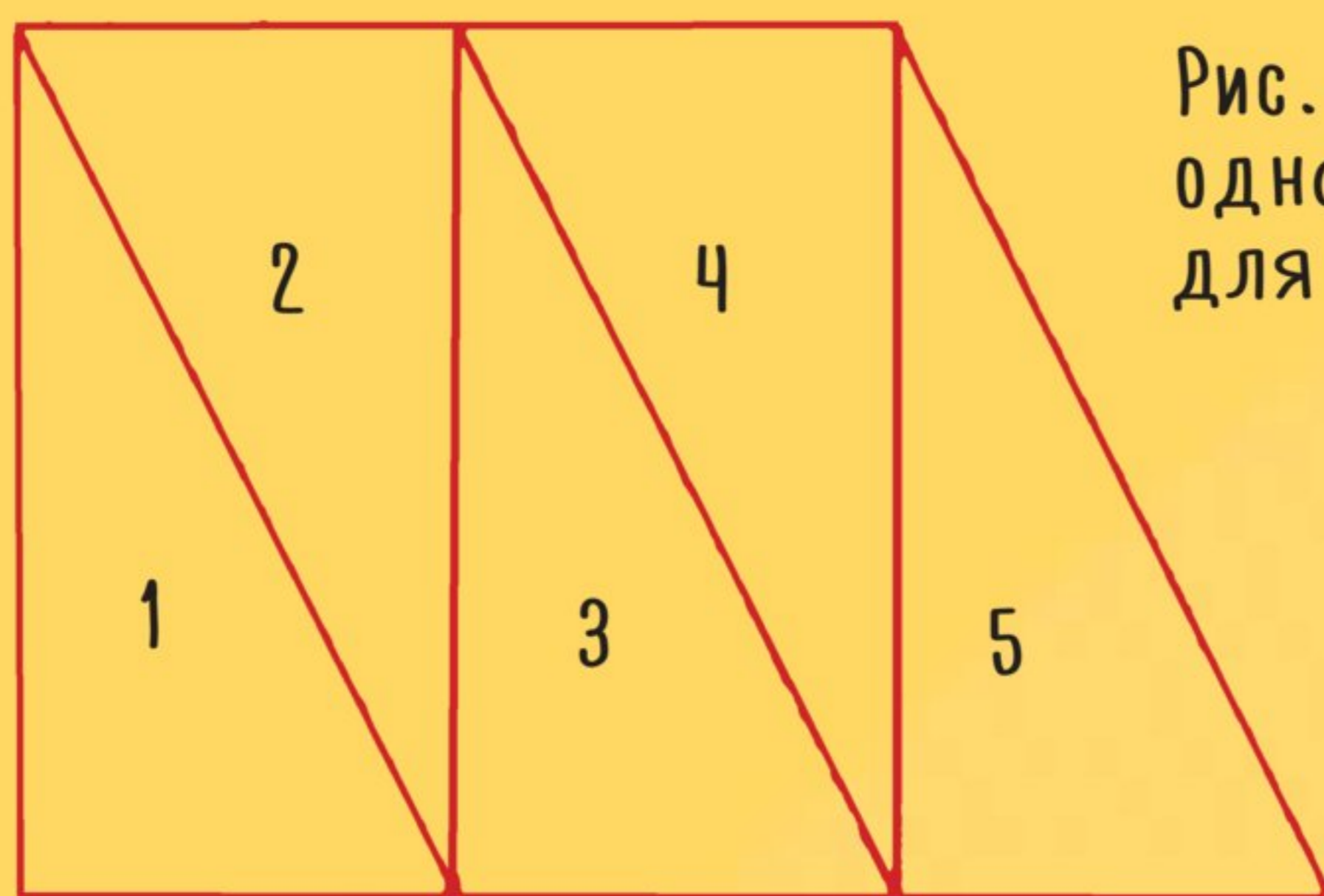


Рис. 92. Еще одна заготовка для квадрата

РЕШЕНИЕ

Решение первой задачи видно из рис. 93. А вот как составляется квадрат из 5 треугольников (рис. 94). Один треугольник предварительно разрезают, как показано на рис. 94 б.

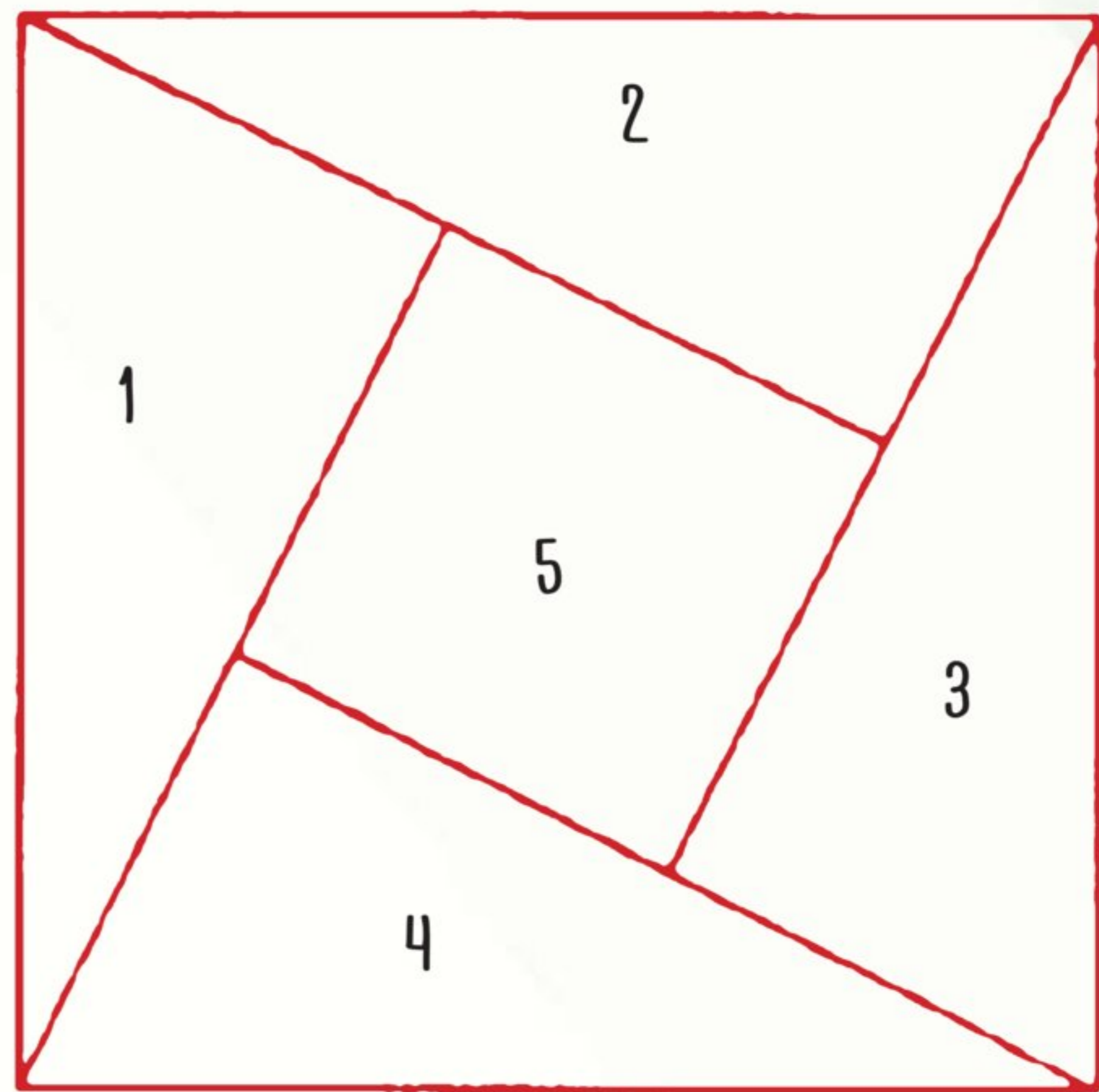


Рис. 93. Квадрат, составленный из четырех треугольников и одного малого квадрата

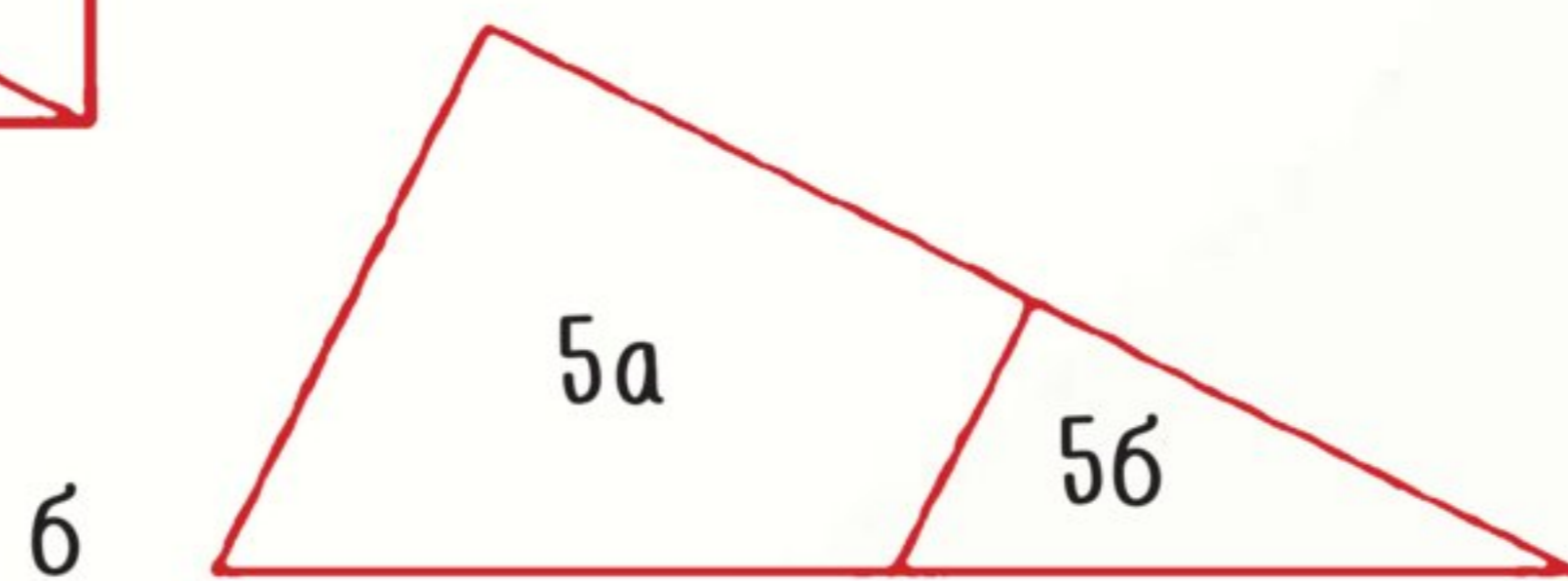
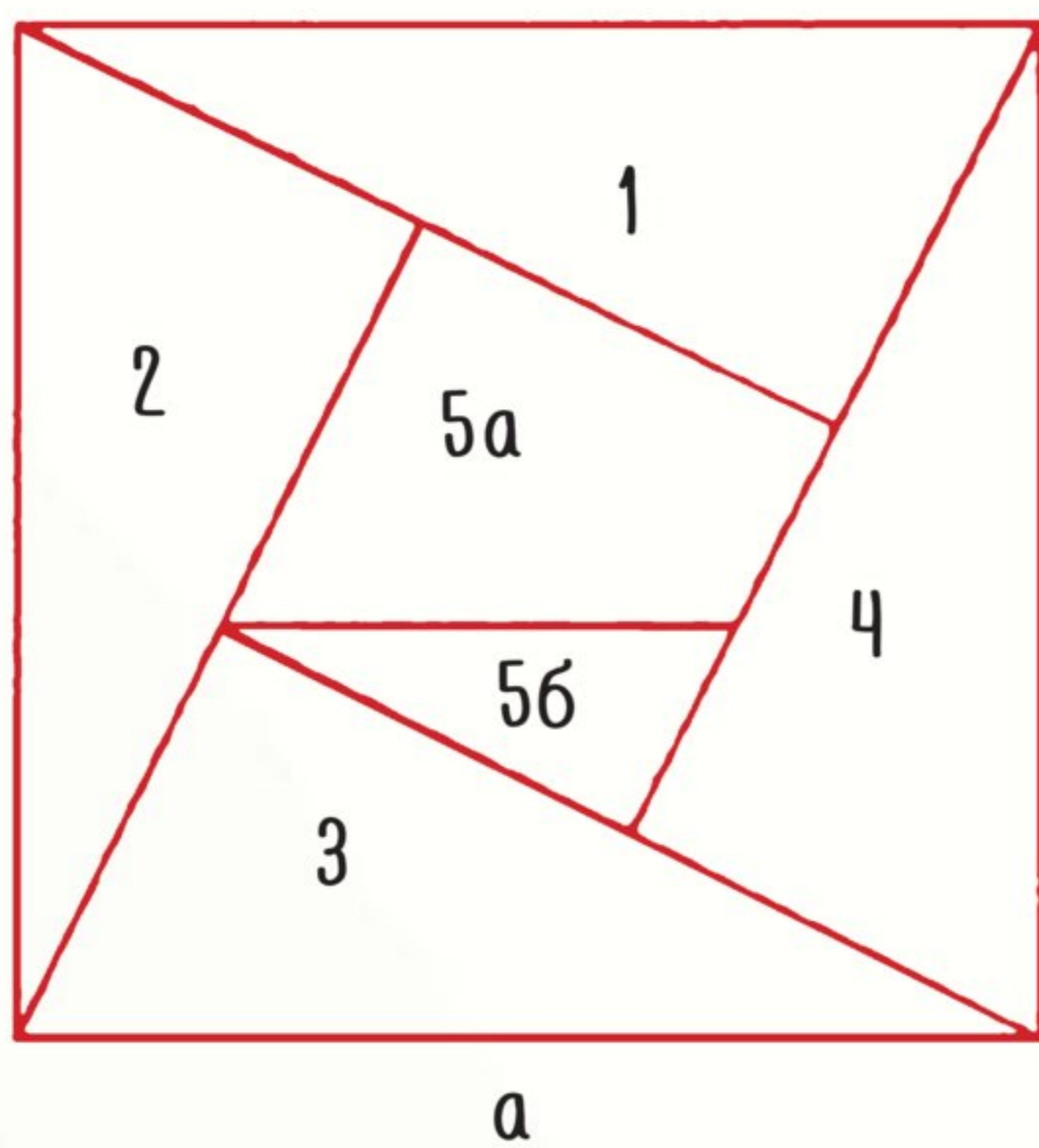


Рис. 94. Квадрат, составленный из пяти треугольников

В БИНОКЛЬ

Вы стоите на взморье и следите в бинокль за лодкой, которая приближается прямо к берегу. Бинокль увеличивает в три раза. Во сколько раз увеличится для вас скорость приближения лодки?



Чтобы разобраться в задаче, допустим, что лодка, замеченная на расстоянии 600 м, движется к наблюдателю со скоростью 5 м/с. В бинокль, увеличивающий втрое, лодка на расстоянии 600 м кажется такой величина, словно она в 200 м. Через минуту она приблизится на $5 \times 60 = 300$ м и будет в 300 м от наблюдателя; в бинокль ее видимые размеры будут такие же, как если бы лодка находилась в 100 м. Значит, для наблюдателя в бинокль лодка прошла $200 - 100 = 100$ м, между тем как в действительности она прошла 300 м. Отсюда ясно, что скорость приближения лодки в бинокль не только не увеличилась втрое, а, напротив, втрое уменьшилась. Читатель может убедиться, что тот же вывод получается и для других данных — другого первоначального расстояния, другой скорости лодки и другого промежутка времени. Итак, в бинокль скорость приближения лодки уменьшается во столько раз, во сколько раз бинокль увеличивает предметы.

РЕШЕНИЕ

ДЕВЯТЬ ЦИФР

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Вы можете, не меняя расположение цифр, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100. Нетрудно, например, вставив + и — шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

Если хотите вставить + и — только 4 раза, то тоже получите 100:

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками + и — всего только три раза! Это гораздо труднее. И все же вполне возможно, надо только терпеливо искать решение.



Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти

цифр и трех знаков + и —:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

В самом деле:

$$123 + 89 = 212,$$

$$45 + 67 = 112,$$

$$212 - 112 = 100.$$

Других решений задача

не имеет. Впрочем, если у вас

есть терпение, попробуйте

испробовать другие сочетания.

РЕШЕНИЕ

НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ

— Подойдите ко мне, — говорит учительница математики троим своим ученикам. — Смотрите, у меня пять шапок: три белые и две черные. Сейчас, пока вы будете стоять с закрытыми глазами, я надену на каждого из вас по шапке. Когда вы снова откроете глаза, каждый сможет видеть шапки других, но, конечно, не свою собственную и не те, что остались неиспользованными. Первый, кто сумеет определить цвет своей шапки, получит освобождение от дополнительных занятий до конца четверти.

Один из учеников увидел, что на его друзьях белые шапки, и тут же ответил: «На мне белая шапка». Как он об этом догадался?



«Видя, что на его друзьях белые шапки, он сразу понял, что на нем белая шапка. Если бы на нем была черная шапка, он бы увидел две черные шапки, и тогда бы сразу понял, что на нем белая шапка. Но он этого не делал, то есть не сомневался в том, какого цвета его шапка. Значит, на нем белая шапка.»

«Видя, что на его друзьях белые шапки, он сразу понял, что на нем белая шапка. Если бы на нем была черная шапка, он бы увидел две черные шапки, и тогда бы сразу понял, что на нем белая шапка. Но он этого не делал, то есть не сомневался в том, какого цвета его шапка. Значит, на нем белая шапка.»

РЕШЕНИЕ

ДЕВЯТЬСОТ ПОКЛОНОВ



В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Заведующий ввел обычай: ежедневно поутру каждый мальчик должен был делать поклон заведующему, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке, каждая девочка также должна была делать поклон заведующему, каждой своей подруге и каждому мальчику. Этот церемонный обычай строго соблюдался, и поэтому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов. Сколько было в школе мальчиков и девочек?

Каждый ученик и ученица ежедневно раскланивались со всеми оставшимися школьниками и с заведующим. С самими собой, конечно, не раскланивались, зато делали поклон заведующему, так что каждый школьник и школьница ежедневно делали столько поклонов, сколько детей в школе. Значит, все дети вместе ежедневно делали столько поклонов, сколько будет, если умножить их общее число само на себя.

Итак, мы знаем, что 900 — это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно, 30. А так как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков. Проверим это. Девочки делают $19 \times 20 = 380$ поклонов подругам и $20 \times 10 = 200$ поклонов мальчикам. Мальчики делают $9 \times 10 = 90$ и девочкам — $10 \times 20 = 200$ поклонов. Итого: $380 + 200 + 90 + 200 = 870$ поклонов. Присоединив еще 30 поклонов заведующему, имеем ровно 900.

РЕШЕНИЕ

ПО РЕКЕ И ПО ОЗЕРУ

Плывя вниз по реке, гребец преодолевает 5-верстное расстояние за 10 мин.

Возвращаясь, он проплывает

то же расстояние за один час. Следовательно, 10 верст он проплывает за 1 ч 10 мин.

А сколько времени ему понадобится, чтобы проплыть 10 верст в стоячей воде озера?



Обычный ответ: в озере гребец проплывает 10 верст за то же время, что и в реке, так как потеря скорости будет бы восполняется вынуждением ее, — совершенно не верен.

$$10 : \frac{7}{24} = 34 \frac{7}{2} \text{ мин.}$$

И значит, в стоячей воде гребец преодолеет 10 верст за это собственная скорость греба.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \right) : 2, \text{ т.е. } \frac{12}{7} : 2 = 2 \frac{24}{7} \text{ версты в час —}$$

она вычтена. Следовательно, в первую скорость включена скорость самого течения, у второй против течения — со скоростью $\frac{1}{12}$ версты в минуту. По течению гребец плывет со скоростью полверсты в минуту,

РЕШЕНИЕ

КУДА ДЕВАЛСЯ ГОСТЬ?

Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев так, чтобы на каждом стуле сидело по одному человеку? Вы думаете — нельзя? Нет, можно — надо только уметь взяться за дело. Поступите так. Первого гостя посадите на первый стул. Затем попросите 11-го гостя сесть временно на тот же первый стул. Усадив этих двух гостей на первый стул, вы усаживаете:

3-го гостя		на 2-й стул		
4-го	- -	- -	3-й	- -
5-го	- -	- -	4-й	- -
6-го	- -	- -	5-й	- -
7-го	- -	- -	6-й	- -
8-го	- -	- -	7-й	- -
9-го	- -	- -	8-й	- -
10-го	- -	- -	9-й	- -

Как видите, остается свободным 10-й стул. На него вы и посадите 11-го гостя, который временно сидел на 1-м стуле. Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 гостей на 10 стульях. А все-таки, куда девался один гость?

Исчезнувший гость — это второй гость, который был незаметно пропущен при распределении стульев: после 1-го и 11-го гостя мы сразу перешли к 3-му и следующим, минуя 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 гостей на 10 стульях, по одному человеку на каждом.

РЕШЕНИЕ

ДВЕ ЦЕПИ

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи растянут, занимает в длину 36 см, другой — 22 см. Толщина кольца — полсантиметра. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

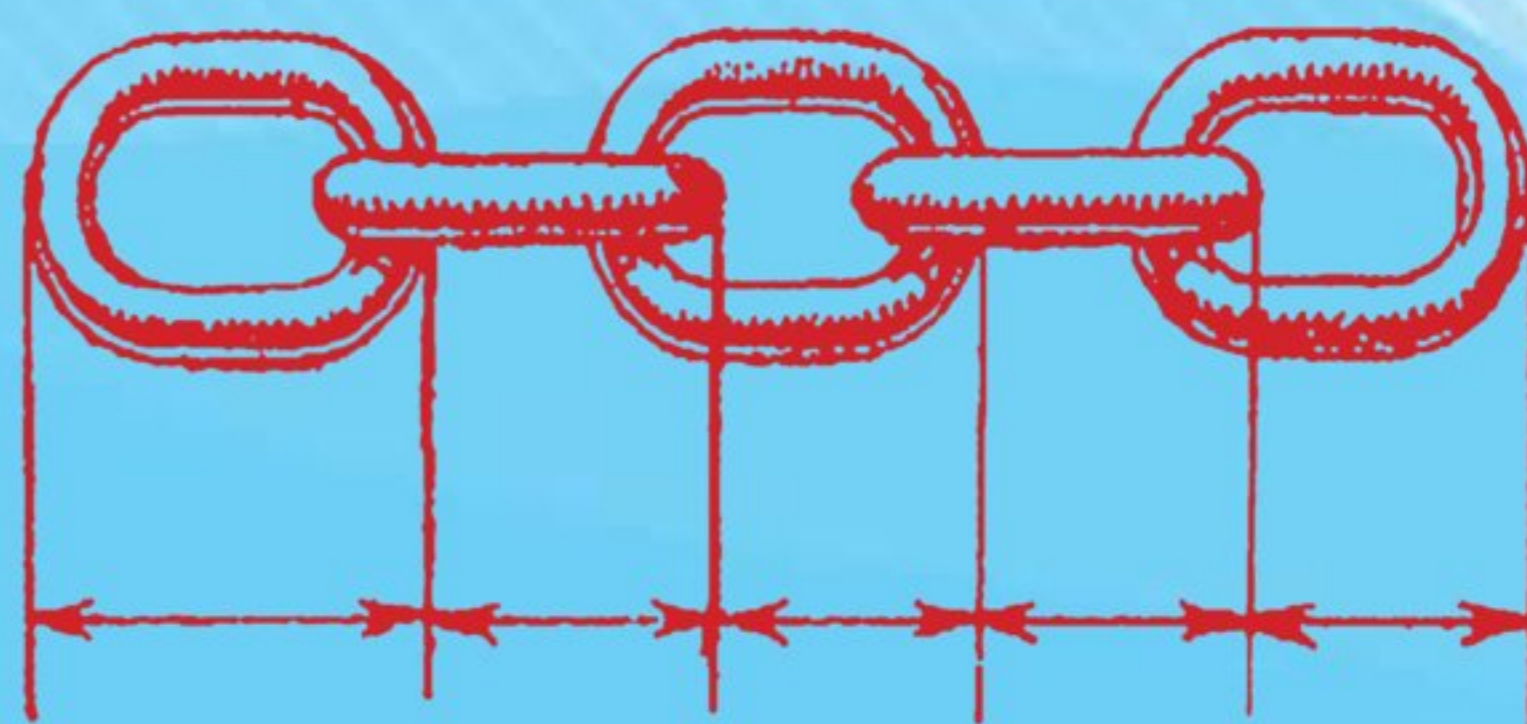


Рис. 95. Звенья цепи

Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего складывается длина цепи. Рассмотрим в рис. 95. Вы видите, что длина натянутой цепи складывается из полной ширины первого звена, к которой с присоединением каждого нового звена прибавляется не полная ширина звена, а ширина звена без его двойной толщины. Теперь перейдем к нашей задаче. Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 см и имеет на 6 звеньев больше. Разделив 14 на 6, получаем $2\frac{1}{3}$. Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна — полсантиметра, то полная ширина каждого звена равна $2\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{3}$ см. Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из рисунка видно, что если мы отнимем от 36-сантиметровой цепи двойную толщину первого звена, т. е. 1 см, а разность разделим на $2\frac{1}{3}$, то получим число звеньев в этой цепи: $35 : 2\frac{1}{3} = 15$. Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи: $21 : 2\frac{1}{3} = 9$.

ТРИ И СЕМЬ

Часы бьют три, т. е. делают три удара, и пока они бьют, проходят три секунды. За сколько времени часы пробьют семь?

На всякий случай предупреждаю, что эта задача — не шутка и никакой ловушки здесь нет.



Обычно отвечают: «7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен. Когда часы бьют три, мы слышим две паузы: 1) между первым и вторым ударом; 2) между вторым и третьим ударом. Обе паузы длятся 3 с, значит, каждая продолжится вдвое меньше — $1\frac{1}{2}$ с. Когда же часы бьют семь, то таких пауз бывает 6. Шесть раз по полторы секунды составляют 9 с. Следовательно, часы бьют семь, т. е. делают 7 ударов за 9 с.

РЕШЕНИЕ

ШАХМАТНАЯ ДОСКА

Сколько можете вы на шахматной доске насчитать различно расположенных квадратов?

Итого 224
Итак, шахматная доска заключает в себе 224 различно расположенных квадрата разной величины.

224

1	+	из 64	+
4	+	из 49	+
9	+	из 36	+
16	+	из 25	+
25	+	из 16	+
36	+	из 9	+
49		из 4 маленьких	
64		одиночных квадратов	

нужно учесть:

одиночных квадратов. Всех их из 4, 9, 16, 25, 36, 49 и из 64 и остальные квадраты, составленные из квадратов, на ней имеются еще ведь, кроме маленьких черных и белых не 64 квадрата, а гораздо больше: На шахматной доске изображено



РЕШЕНИЕ

ПОД ВОДОЙ

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке — булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой — железная гиря в 2 кг. Я осторожно опустил весы под воду. Остались ли чашки в равновесии?

Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «терять» в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи. Булыжник весом в 2 кг занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гиря, потому, что материал камня — гранит — легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и по закону Архимеда потеряет в воде больше веса, чем гиря. Следовательно, весы под водой наклонятся в сторону гиря.

РЕШЕНИЕ



АВТОМОБИЛЬНЫЙ ГАРАЖ

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что у заведующего гаражом постоянно возникают затруднения. Вот одно из них. Предположим, что восемь автомобилей стоят так, как показано на рис. 96. Автомобили 1, 2, 3 и 4 необходимо поменять местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8.

Как это сделать

за наименьшее

число

переездов?

Надо

заметить,

что два автомобиля

двигаться одновременно

не могут и что в каждом

отсеке гаража помещается

только один автомобиль.



3-6	1-С	4-Н	6-6
6-1	2-Л	7-Г	2-В
2-Л	7-Н	8-Е	1-Е
5-Н	1-Н	4-Д	3-Н
3-С	7-С	8-С	4-1
5-6	2-В	7-Н	3-1
3-В	6-Е	8-6	6-К
6-Е	3-Н	5-С	4-6
5-1	8-1	2-В	1-1
6-Л	3-1	1-Е	2-Л
	7-К	8-1	5-Н

В таблице показаны по порядку все переезды, необходимые для того, чтобы помочь заведующему гаражом выйти из затруднительного положения. Цифры обозначают номера автомобилей, а буквы — соответствующие помещения: 6-6 означает, что автомобиль 6 ставится в отделение 6 и т. п. Все переезды понадобятся 43. Вот они:

РЕШЕНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ

Определите, какое число должно быть подставлено вместо знака вопроса.

9	3	7
2	1	6
7	2	?

Ответ: 1. Нижняя строка чисел получается путем вычитания средней строки из верхней.

РЕШЕНИЕ

ФЛАГ МОРСКИХ РАЗБОЙНИКОВ

Вы видите здесь флаг морских разбойников (рис. 97). Двенадцать продольных полос на нем обозначают, что в плену у пиратов находятся 12 человек. Когда удастся захватить новых пленных, пираты подшивают к флагу соответствующее число новых полос.

Напротив, при утрате каждого пленного они убирают одну полосу.

На этот раз пираты потеряли двух пленных и, следовательно, должны перешить флаг так, чтобы полос было не 12, а 10.

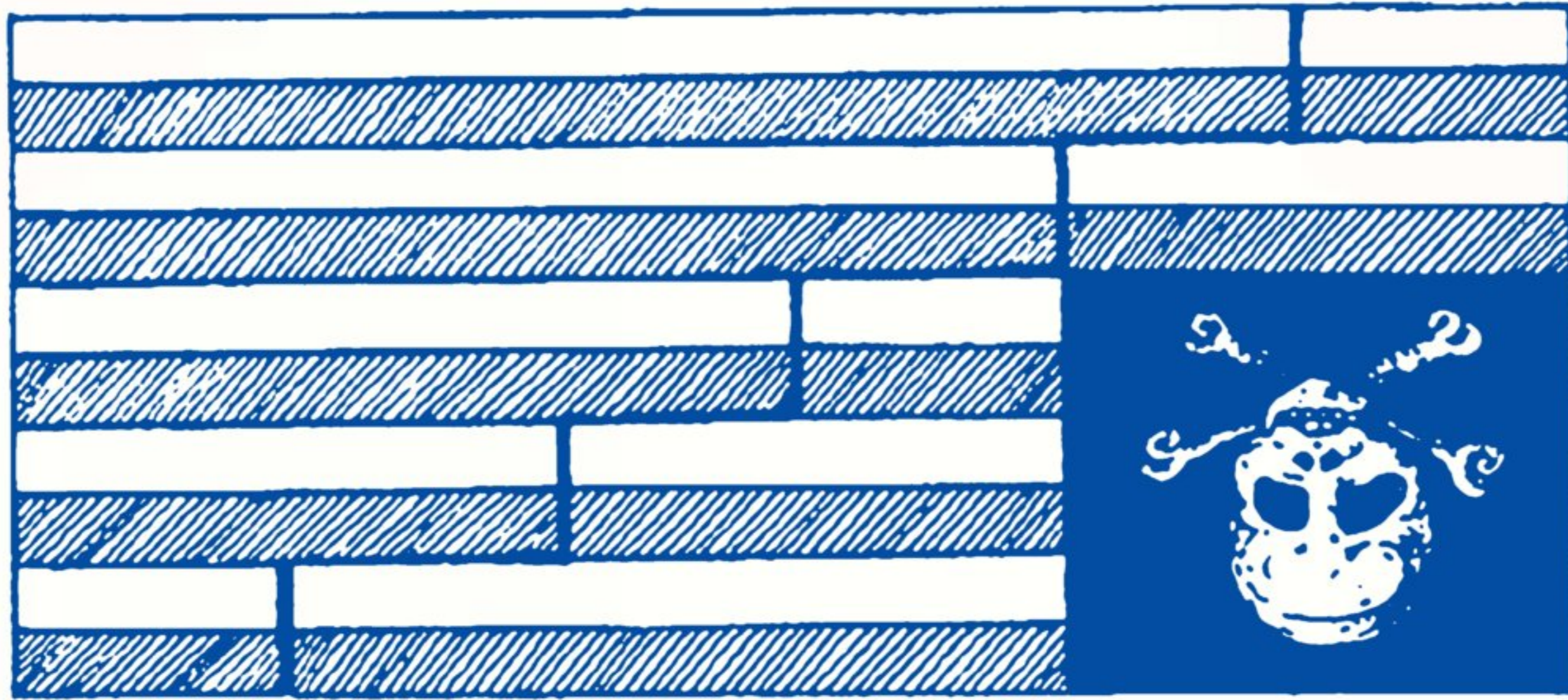
Можете ли вы указать простой способ разрезать флаг на две такие части, чтобы после сшивания их получился флаг с 10 полосами? При этом не должно пропасть ни клочка материи и флаг должен сохранить прямоугольную форму.



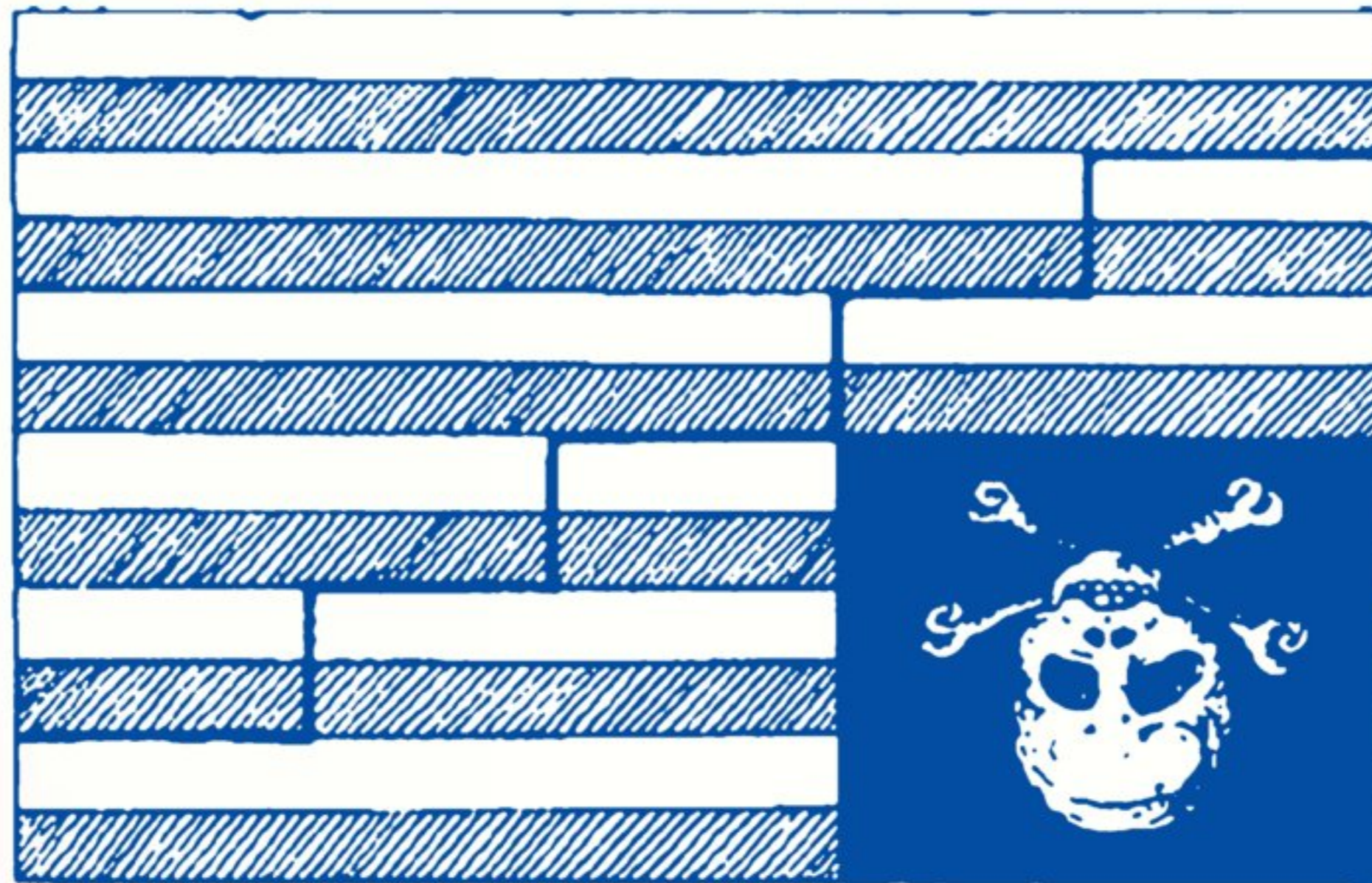
Рис. 97. Пиратский флаг

Рис. 98. Как разрезать и перекроить парадный флаг?

б



а

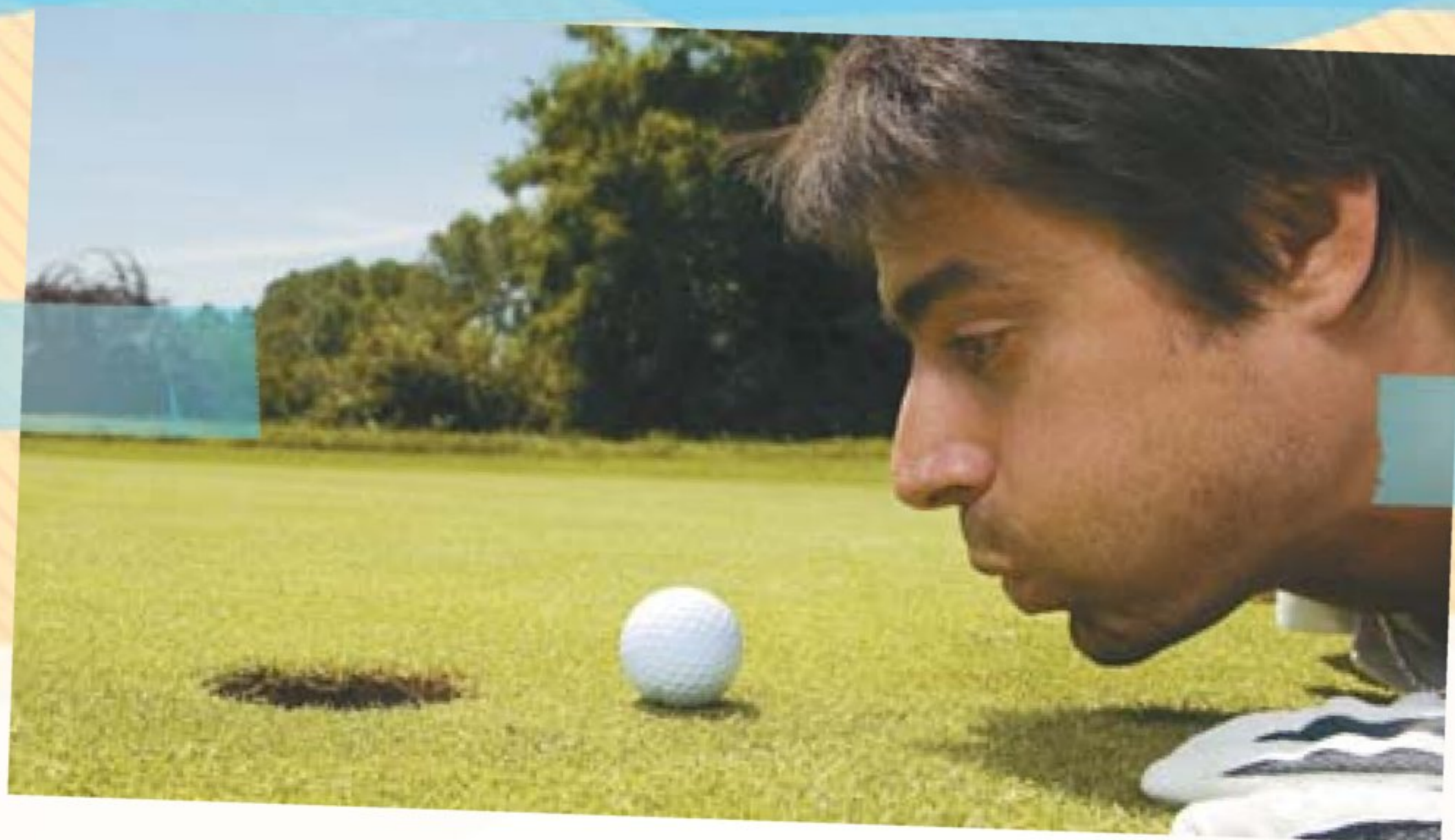


Нужно разрезать флаг по ступенчатой линии, обозначенной на рис. 98 а.
 Теперь остается только передвинуть нижнюю часть флага вверх на одну ступеньку и сшить. Получается флаг уже не с 12 полосами, а с 10, рис. 98 б. Он стал более продолговатым, но ни одного ключка материи не пропало.

РЕШЕНИЕ

ПРИБЛИЗИТЬ ДУНОВЕНИЕМ

Положите на стол пустой спичечный коробок (можно взять и другой легкий предмет, например, шарик) и предложите кому-нибудь отодвинуть его от себя дуновением. Это, конечно, будет исполнено без труда. Тогда предложите сделать обратное: дуновением же заставить коробок приблизиться к дующему. При этом выставлять вперед голову, чтобы дунуть на коробок сзади, не разрешается.



Едва ли многие догадываются, как это сделать. Некоторые будут стараться сдвинуть коробок, втягивая в себя воздух, но, конечно, безуспешно. Секрет все же довольно прост. В чем он состоит? Попросите кого-либо поставить руку ребром позади коробка. Начните дуть на руку. Струя воздуха, отразившись от руки, ударит в коробок и увлечет его по направлению к вам. Опыт удастся, что называется, «без отказа». Надо только продолжать его на достаточном расстоянии (хотя бы и неопилованном), но, конечно, не покрывтом скатертью.

РЕШЕНИЕ

ДЕРЕВЬЯ В САДУ

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на рис. 99, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее было разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

— Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе на дрова.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

— Почему ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, — упрекал его садовник.

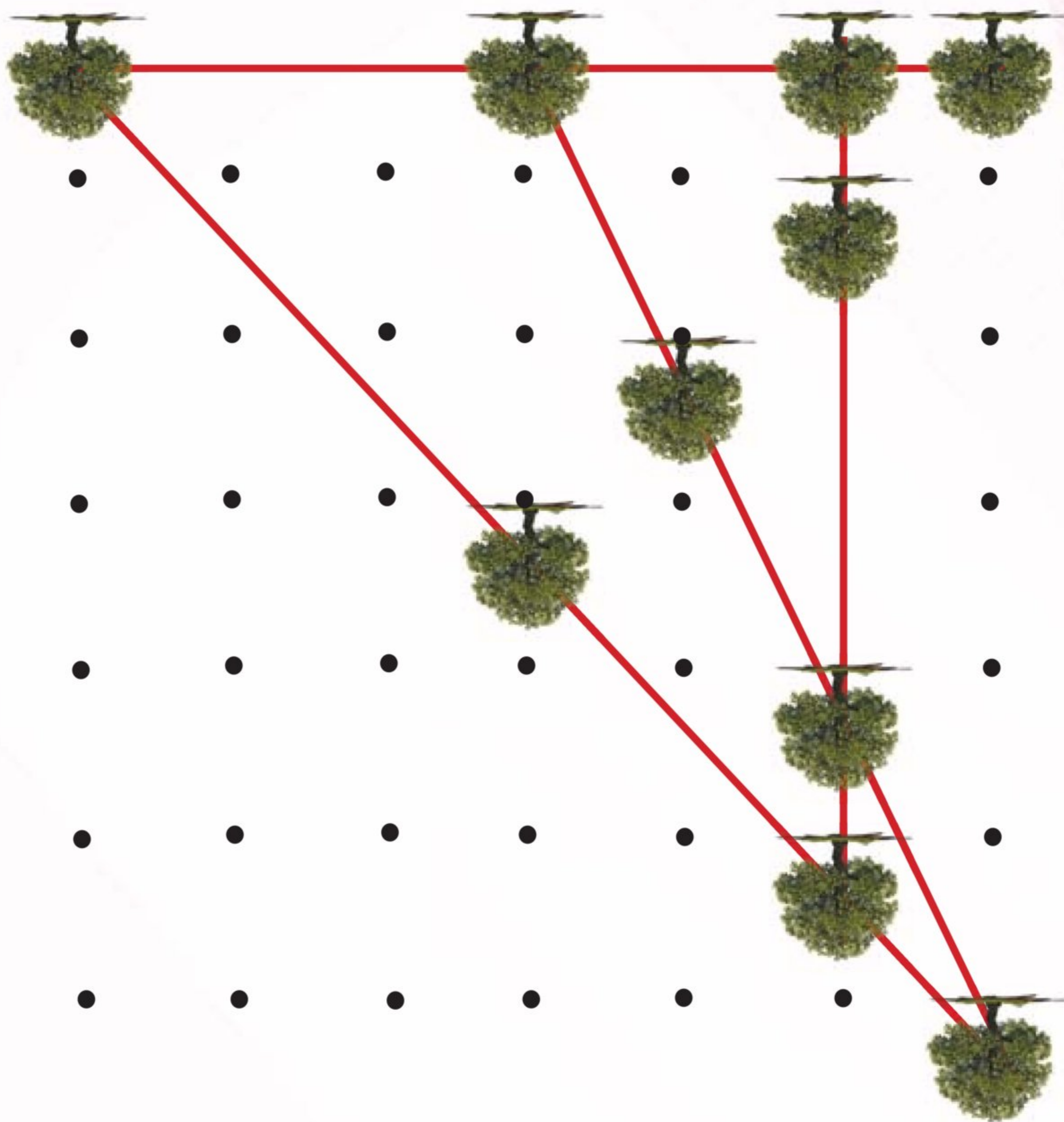
— Нет, не 20, мне сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал — посмотрите.

И в самом деле, садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, но вместо 29 деревьев работник вырубил 39. Как он ухитрился это сделать?



Рис. 99. Сад до вырубki деревьев

Рис. 100. Как погнать выпукли деревья



Деревья, оставшиеся несрубленными, как видите, они действительно образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

РЕШЕНИЕ

КАК ЭТО СДЕЛАНО?

Вы видите здесь деревянный куб, составленный из двух кусков дерева (рис. 101). Верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить оба куска?

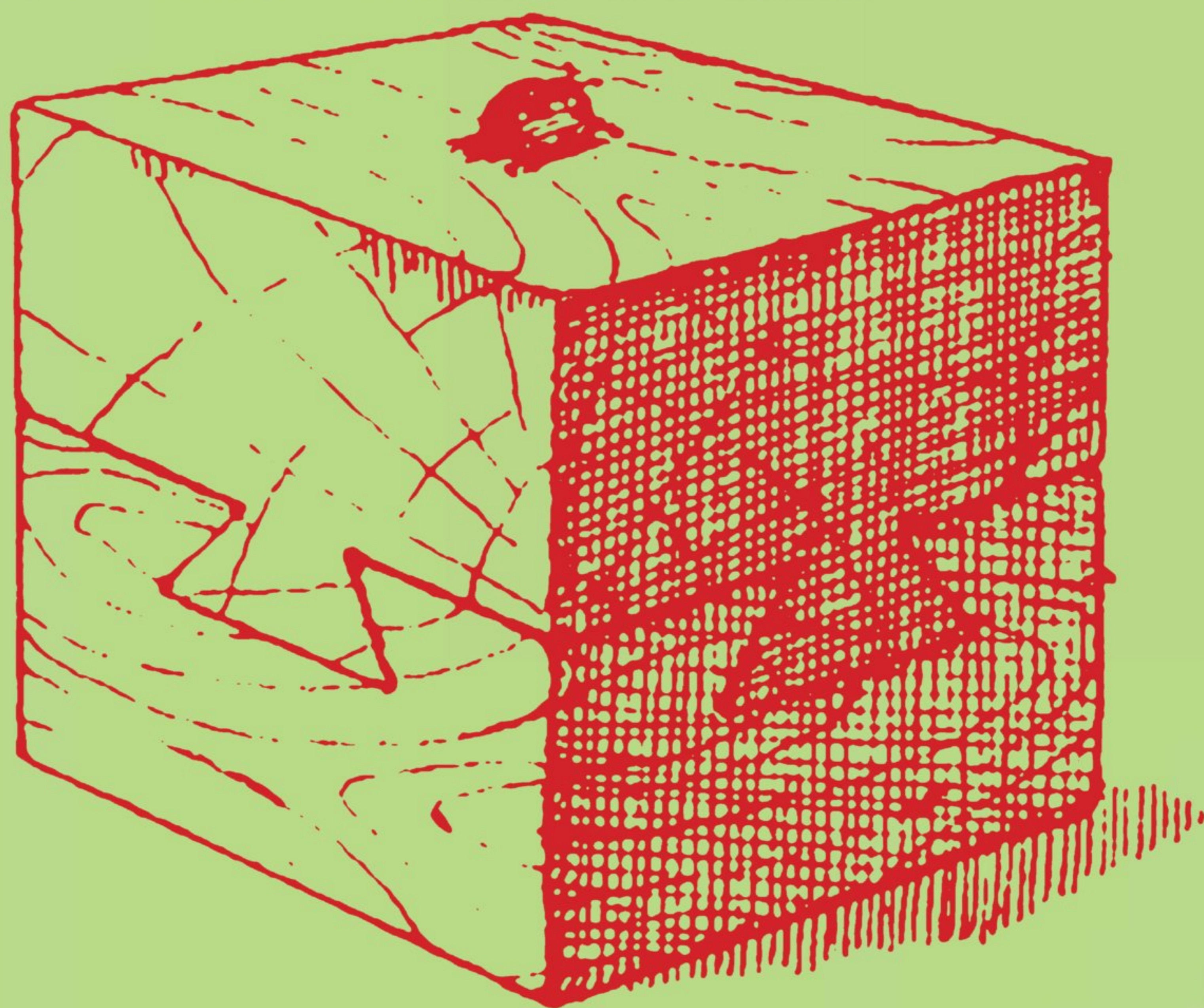
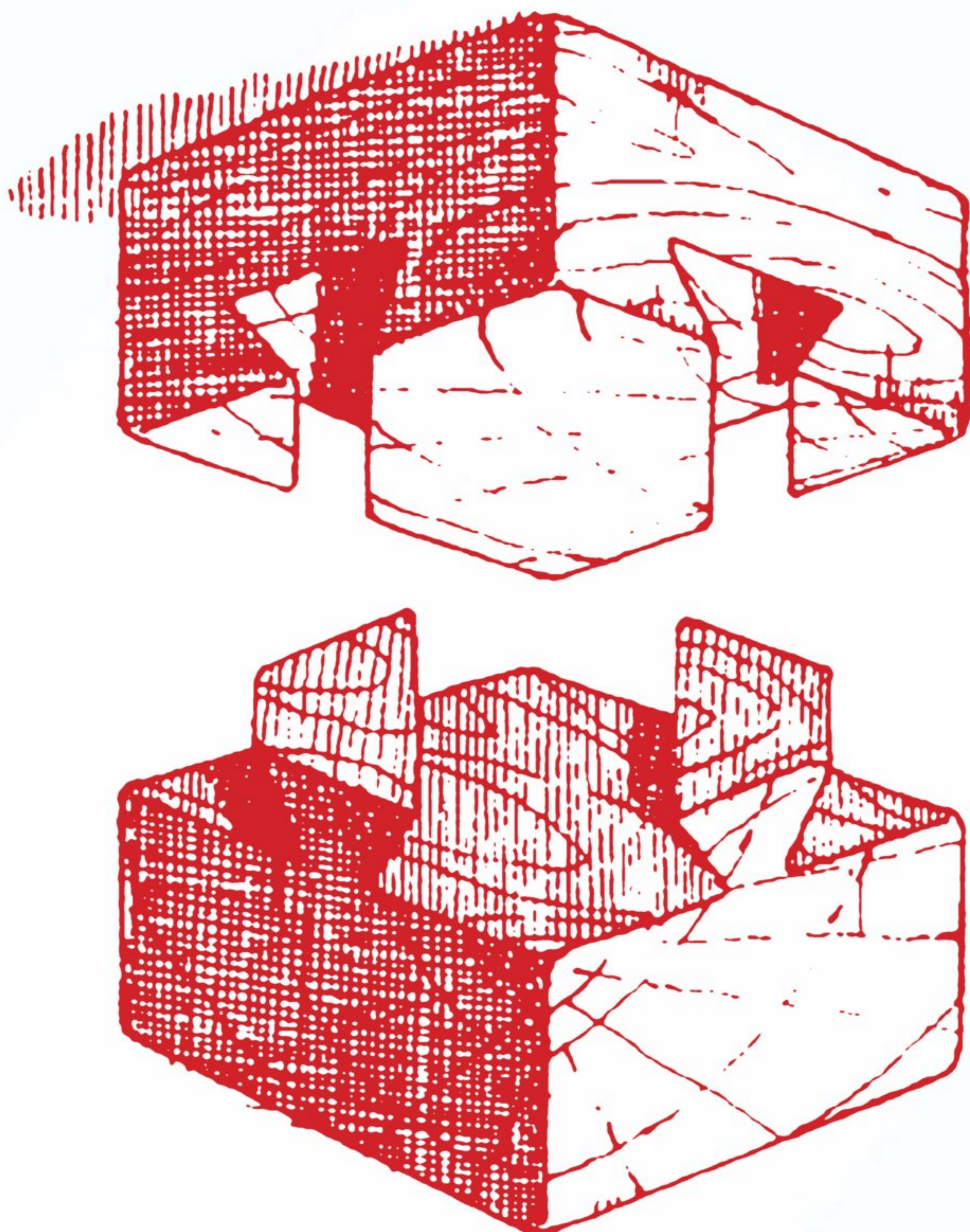


Рис. 101. Хитроумное соединение в собранном виде

Рис. 102. Хитрое соединение в разобранном виде



Ларчик открывается очень просто, как видно из рис. 102. Все дело в том, что выступы и углубления идут не крестом, как обычно кажется при расматривании куба, а параллельно, в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть в соответствующие выступы сбоку.

РЕШЕНИЕ

ТИКАНЬЕ ЧАСОВ

Положите свои часы на стол, отойдите шага на три или четыре и прислушайтесь к их тиканью. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что ваши часы идут словно с перерывами: то тикают короткое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти и т. д. Чем объясняется такой неравномерный ход?



Зарадные перерывы в тиканьи часов объясняются утомлением слуха. Наш слух приглушается на несколько секунд, и в эти промежутки мы не слышим тиканья. Слуству короткое время, утомление проходит и прежняя чуткость восстанавливается, тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление и т. д.

РЕШЕНИЕ

ЧТО ПОЛУЧИТСЯ?

Вырежьте из газеты ленту 5 см шириной и в 80—100 см длиной. Концы этой ленты склейте в кольцо, но не просто, а предварительно закрутив ленту по длине два раза.

Вот как надо это сделать.

На рис. 103 углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала 3-й угол оказался не вверху, против 1-го угла, а внизу, против 2-го угла, и затем заверните тот же конец в ту же сторону еще раз, чтобы 3-й угол снова оказался вверху против 1-го угла.

В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 104), и у вас все готово для фокуса.

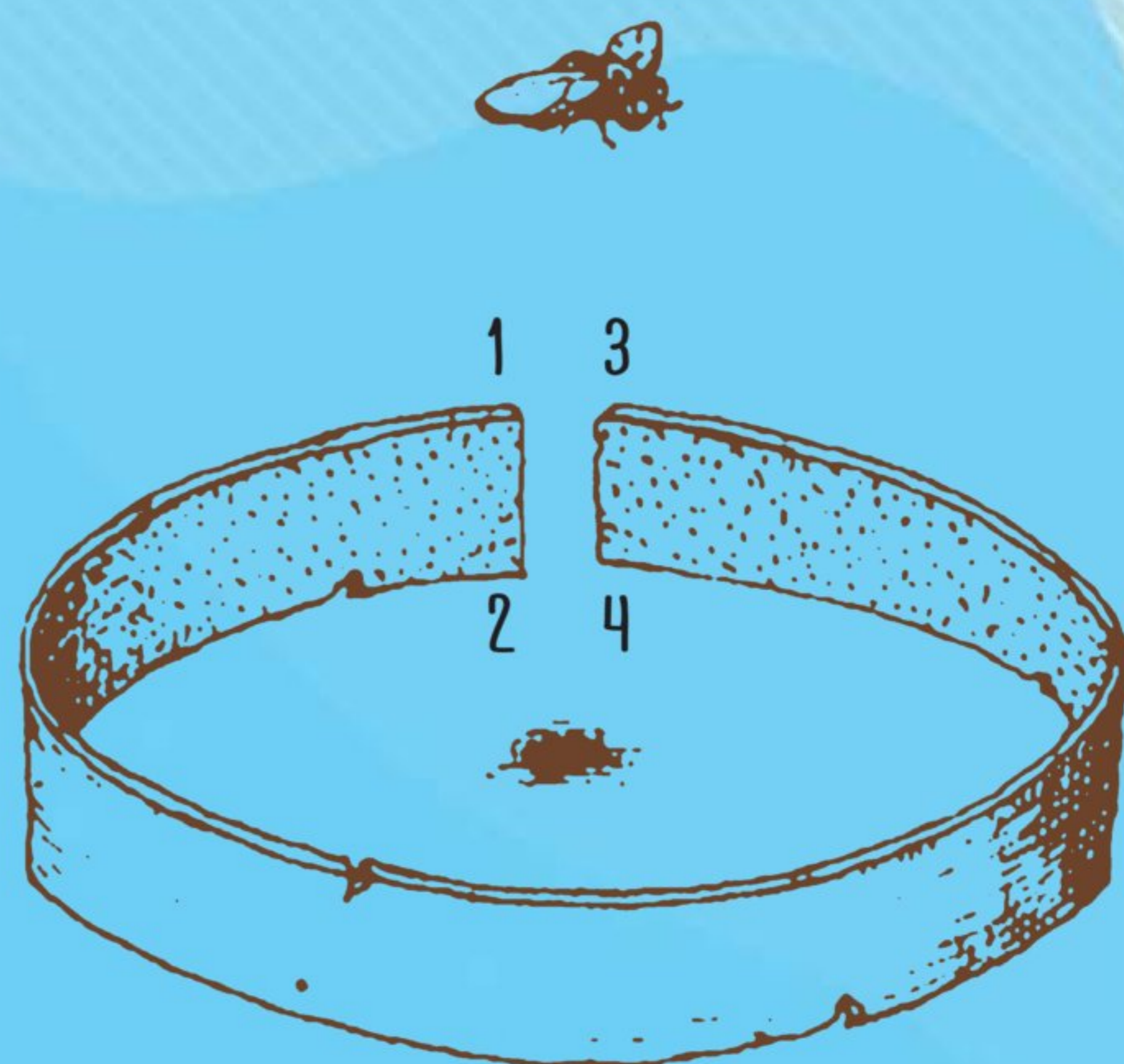


Рис. 103. Как приготовить бумажную ленту к склеиванию?



Рис. 104. Как склеить бумажную ленту в кольцо?

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

— Что получится, если ленту разрезать вдоль посередине? Всякий ответит вам, что, очевидно, из одного кольца получатся два — ничего другого и ожидать нельзя. Но результат оказывается неожиданным. Как вы думаете, что получится?

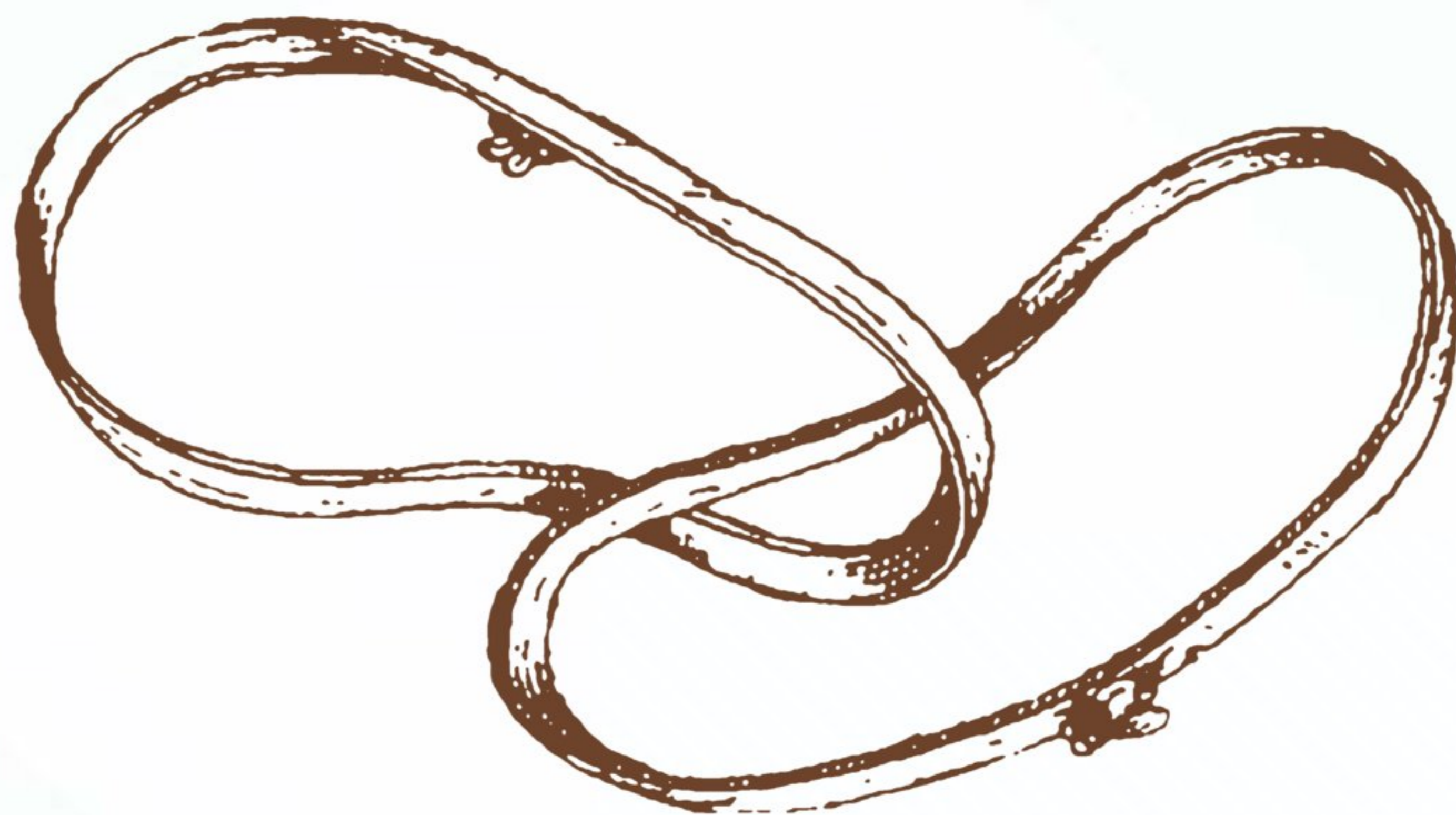


Рис. 105. Кольцо, разрезанное вдоль средней линии

Получаются два кольца, но продолжите одно в другое, как звенья цепи (рис. 105). Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, то опять получите два кольца, продолжите одно в другое.

РЕШЕНИЕ

КВАДРАТЫ С ЦИФРАМИ

Заполните квадраты цифрами от 1 до 6 так, чтобы ни в одной строке и ни в одном столбце цифры не повторялись.

	1		6		
6			3		
		1		6	5
2	3		1		
		6			4
		3		1	

	5		2		
1			5	2	
		1		3	2
6	4		3		
	2	5			3
		3		4	

5	4	6	3	1	2
3	6	1	5	2	4
1	5	3	2	4	6
2	3	4	1	6	5
6	2	5	4	3	1
4	1	2	6	5	3

2	1	5	3	6	4
4	3	2	6	5	1
6	5	1	4	3	2
5	6	4	1	2	3
1	2	3	5	4	6
3	4	6	2	1	5

РЕШЕНИЕ

ЗАТРУДНЕНИЕ СТОЛЯРА

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рис. 106. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру нужно, ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя, превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, доску предварительно распилить на части. Столяр так и намерен сделать, но он желает распилить доску не более чем по двум прямым линиям.

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых можно было бы составить квадрат? И если возможно, то как это сделать?



Рис. 106. Затруднение
столяра

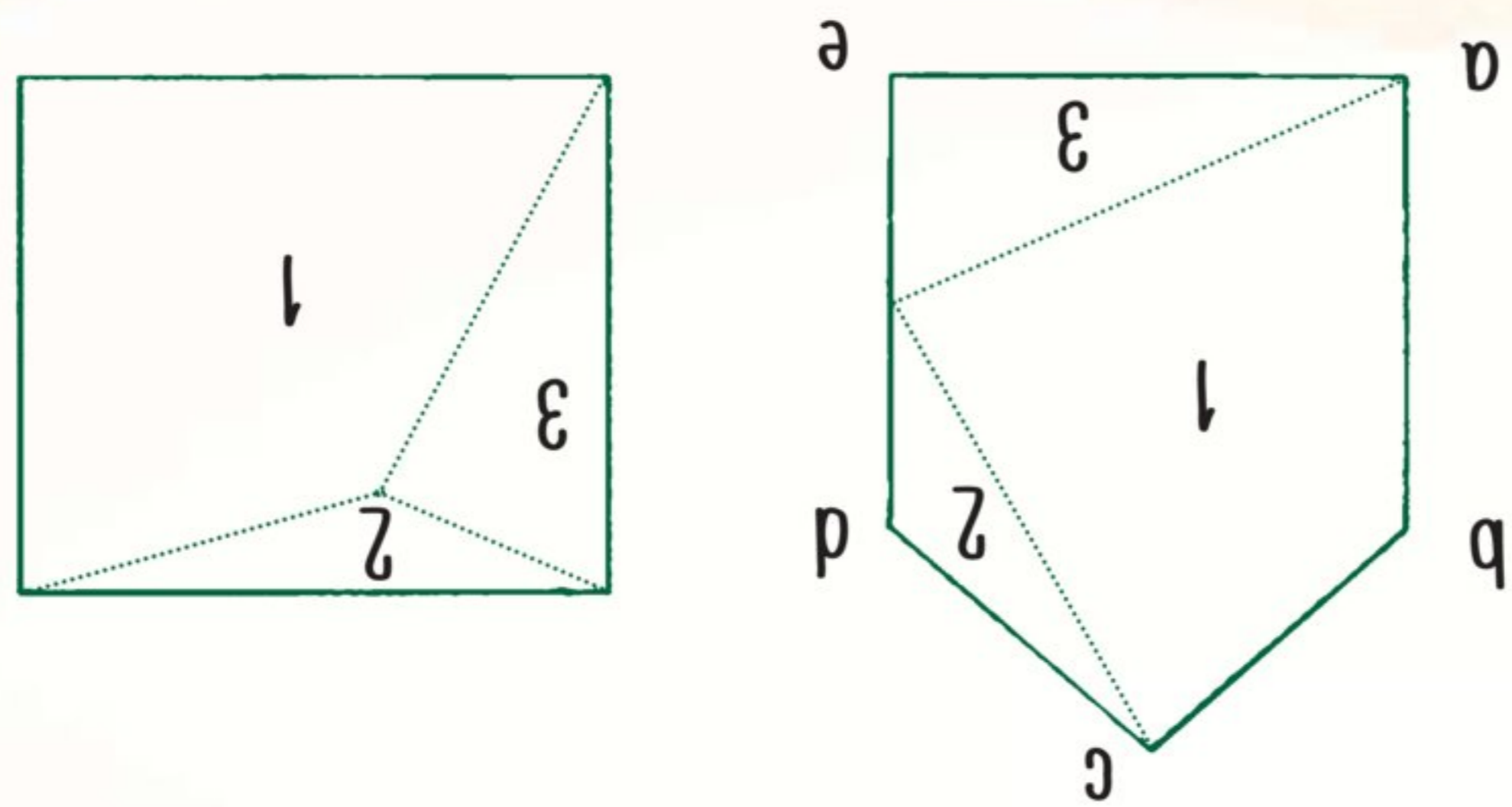


Рис. 107

Из полученных трех кусков — 1, 2 и 3 — составляется квадрат, как показано на рис. 107.

Одна линия должна идти от вершины c к середине стороны de , другая — от середины этой стороны к вершине a .

РЕШЕНИЕ

КОМПЬЮТЕРНАЯ ЗАСТАВКА



Заставка в компьютере настроена так, что на экране формируется мозаичная картинка из квадратиков с изображениями лиц знакомых и друзей. Начиная с одного квадратика их количество удваивается каждую секунду. На какой секунде экран заполнится наполовину, если известно, что полностью он заполняется через 100 секунд?

На 99-й секунде. Понятно, что если через 100 секунд экран будет полностью заполнен, а удвоение происходит в течение каждой секунды, то в предыдущую, 99-ю, секунду экран как раз будет заполнен наполовину.

РЕШЕНИЕ

ПЕРЕПИСКА ДОКЛАДА

Переписка доклада поручена двум машинисткам. Более опытная из них могла бы выполнить всю работу в 2 ч, менее опытная — в 3 ч.

Во сколько времени перепишут они этот доклад, если разделят между собой работу так, чтобы выполнить ее в кратчайший срок?

Задачи такого рода обычно решают по образцу знаменитой задачи о бассейнах. А именно: в нашей задаче находят, какую долю всей работы выполняет в час каждая переписчица; складывают обе дроби и делят единицу на эту сумму.

Не можете ли вы придумать новый способ решения подобных задач, отличный от шаблонного?



Нешаблонный путь решения задачи таков. Прежде всего поставим вопрос: как должны машинистки поделить между собой работу, чтобы закончить ее одновременно? (Очевидно, что только при таком условии, то есть при отсутствии простоя, работа будет выполнена в кратчайший срок.) Так как более опытная машинистка пишет в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее менее опытной, то ясно, что доля первой должна быть в $1\frac{1}{2}$ раза больше доли второй, тогда обе кончат писать одновременно. Отсюда следует, что первая должна взять переписывать $\frac{3}{5}$ доклада, вторая — $\frac{2}{5}$. Собственно, задача уже почти решена. Остается только найти, во сколько времени первая машинистка выполнит свои $\frac{3}{5}$ работы. Вся работа она может сделать, мы знаем, в 2 ч; значит, $\frac{3}{5}$ работы будет выполнено в $2 \times \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$. В такое же время должна сделать свою долю работы и вторая машинистка. Итак, кратчайший срок, в какой может быть переписан доклад обоими машинистками, — 1 ч 12 мин.

РЕШЕНИЕ

ШЛЯПА ИНОСТРАНЦА

Я показывал своим знакомым картинку, представленную здесь на рис. 108, и они утверждали, что прямоугольник, описанный около шляпы иностранца, имеет форму квадрата. В чем их ошибка?

Ошибки нет: фигура вокруг шляпы — квадрат.

РЕШЕНИЕ



Рис. 108. Квадрат ли здесь?

СТОЛЯР И ПЛОТНИКИ

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Плотники заработали по 20 руб., столяр же — на 3 руб. больше, чем заработал в среднем каждый из семерых. Сколько заработал столяр?



Легко узнать, каков был средний заработок семерых. Для этого нужно избыточные 3 руб. разделить поровну между 6 плотниками и к 20 руб. каждого прибавить полученные 50 коп. Вычислили средний заработок. Отсюда узнаем, что столяр заработал 20 руб. 50 коп. + 3 руб., т. е. 23 руб. 50 коп.

РЕШЕНИЕ

ДЕЛЕНИЕ ЗАПЯТОЙ

Вы видите здесь широкую «запятую» (рис. 109). Она построена очень просто: на прямой АВ описан полукруг, а затем на каждой половине АВ описаны полукруги — один вправо, другой влево.

Задача состоит в том, чтобы разрезать запятую одной кривой линией на две совершенно одинаковые части. Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Каким образом?

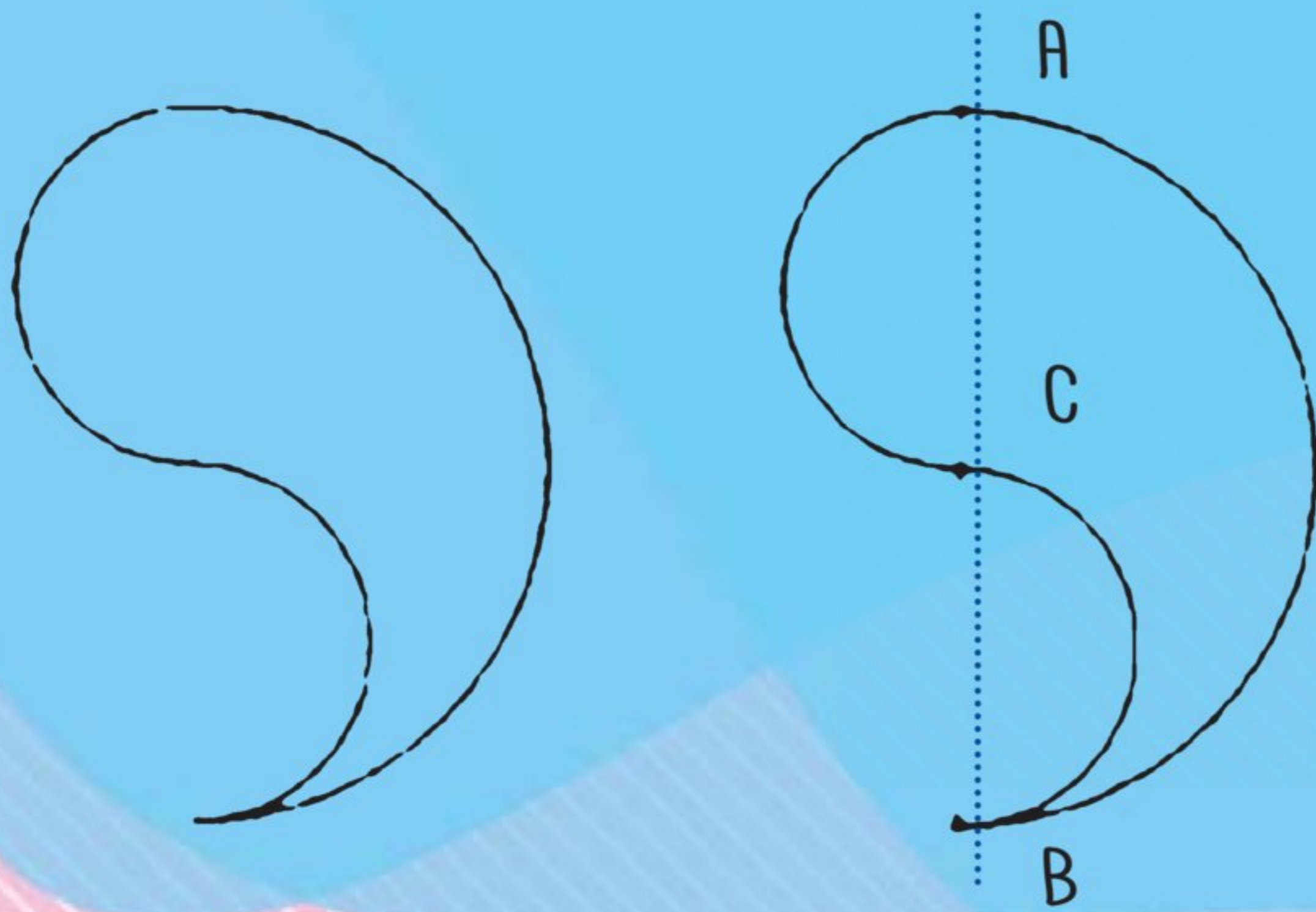


Рис. 109. Деление «запятой» на две равные (по площади) части



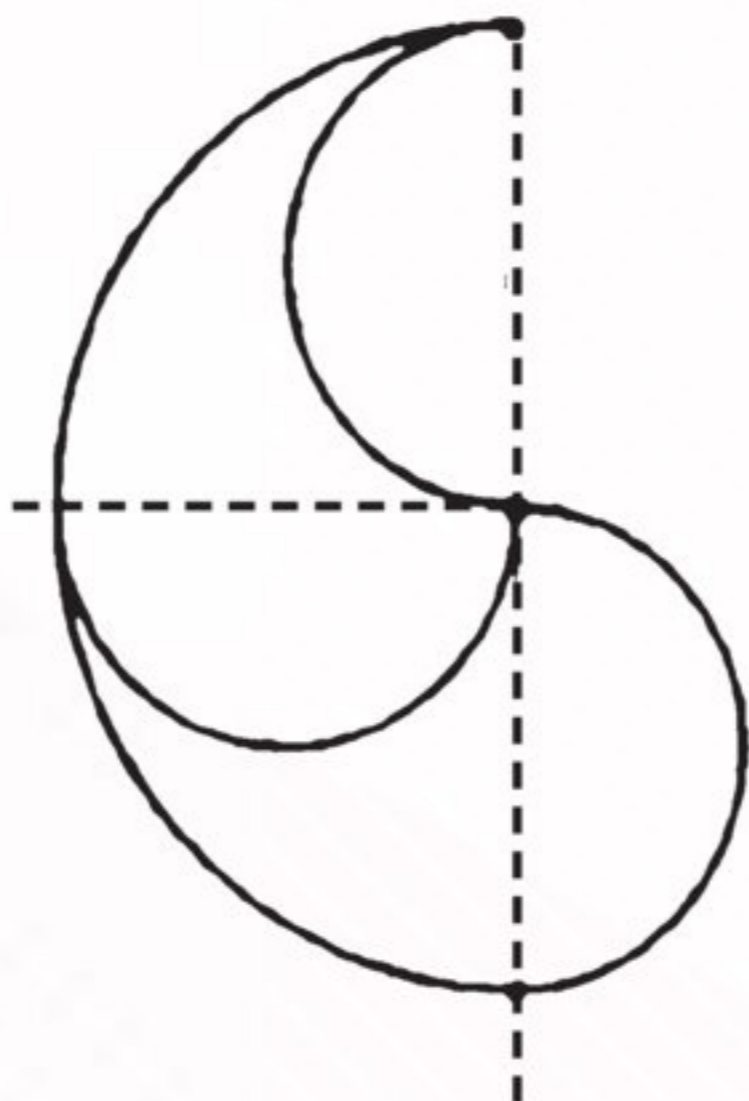
Рис. 111. Как составить «запятых» — белой и черной?

Рис. 111 показывает, как составить круг из двух «запятых» — белой и черной.

из одинаковых частей. Собой, потому что составлены «запятый» равны между

Решение видно из прилагемого рис. 110. Обе части разделенной

Рис. 110. Как разделить «запятую» на две равные (по площади) части?



РЕШЕНИЕ

ПОКУПКА ФРУКТОВ

За пять рублей куплено 100 штук фруктов разного рода. Цены фруктов следующие: арбузы — 50 коп. штука, яблоки — 10 коп. штука, сливы — 10 коп. десяток.

Сколько фруктов каждого рода было куплено?



Число	Стоимость	
1	50 коп.	Арбузов
39	3 руб. 90 коп.	Яблок
60	60 коп.	Слив
100	5 руб. 00 коп.	Итого

Несмотря на кажущуюся неопределенность, задача имеет только одно решение. Вот оно:

РЕШЕНИЕ

СКОЛЬКО НОСКОВ?

В комод у Саши беспорядок. В ящике с носками лежат 4 черных носка, 7 синих, 6 белых, 3 серых и 4 зеленых. Утром Саше нужно быстро собраться в школу. Какое максимальное количество носков ему нужно не глядя достать из ящика, чтобы у Саши получилась пара носков одного цвета?



Саша должен достать из ящика максимум 6 носков. Всего у него 5 видов носков, поэтому шестой носок обязательно будет парным какому-то из тех, что он достал ранее.

РЕШЕНИЕ

ДАЧНОЕ ЗАТРУДНЕНИЕ

Прилагаемый чертеж изображает план маленькой дачи, в тесных комнатах которой размещена следующая мебель: письменный стол, рояль, кровать, буфет и библиотечный шкаф. Свободна пока от мебели только комната 2.

Нанимателю дачи понадобилось поменять местами рояль и библиотечный шкаф. Это была нелегкая задача: комнаты настолько малы, что две из перечисленных вещей в одной комнате сразу поместиться не могут. Выручило наличие комнаты 2, свободной от мебели. Передвигая вещи из одной комнаты в другую, удалось наконец добиться желаемой перестановки.

Как можно выполнить этот обмен наименьшим числом перемещений?

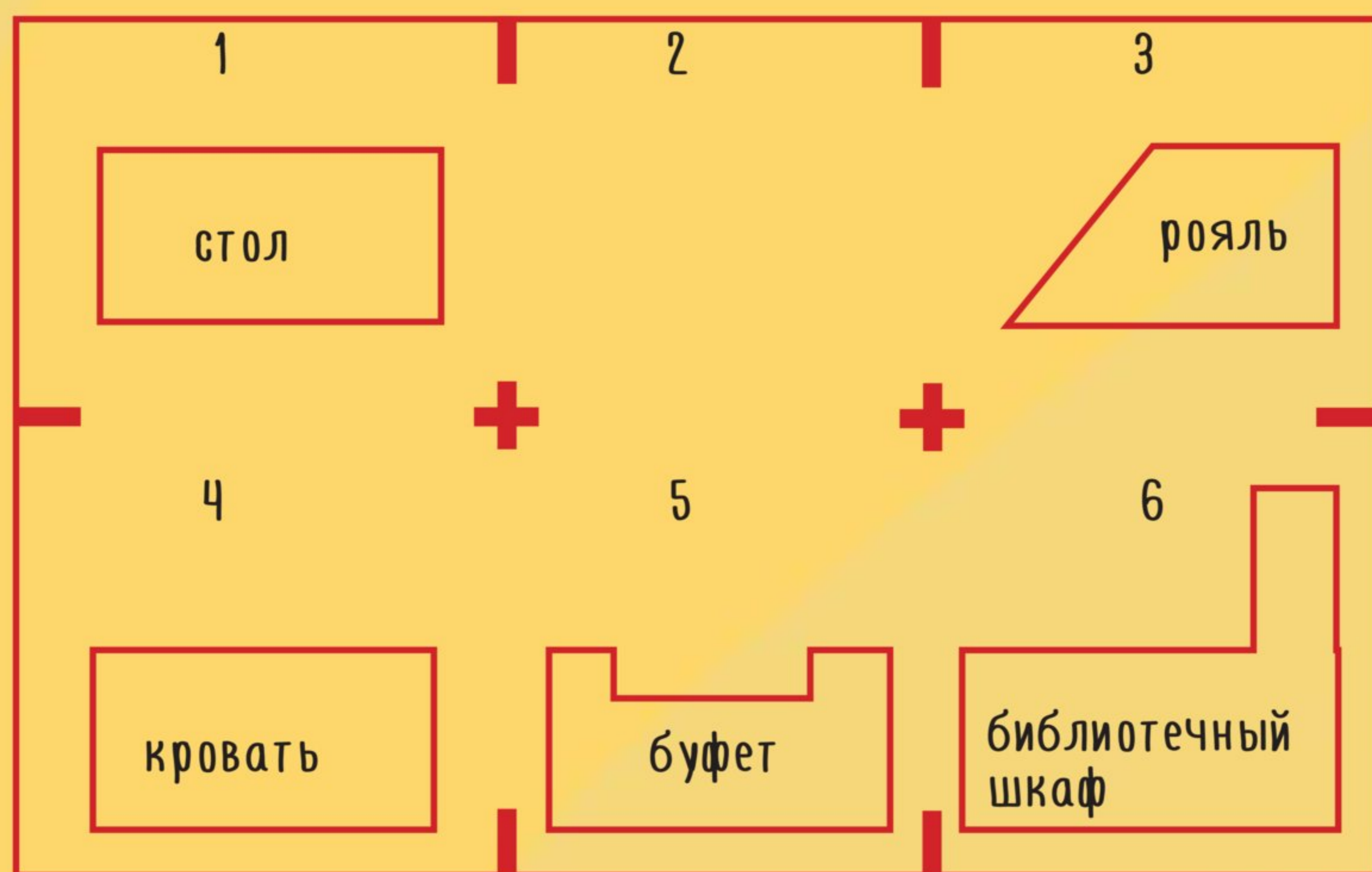


Рис. 112

1. Рояль.
2. Шкаф.
3. Буфет.
4. Рояль.
5. Стол.
6. Кровать.
7. Рояль.
8. Буфет.
9. Шкаф.
10. Стол.
11. Буфет.
12. Рояль.
13. Кровать.
14. Буфет.
15. Стол.
16. Шкаф.
17. Рояль.

Обмен достигается не менее чем
17 перемещениями. Передвигать вещи
надо в указанном далее порядке:

РЕШЕНИЕ



ПРОДАЖА ЯИЦ



Эта старинная народная задача кажется с первого взгляда совершенно несообразной, так как в ней говорится о продаже половины яйца. Тем не менее она вполне разрешима.

Крестьянка пришла на базар продавать яйца. Первая покупательница купила у нее половину всех яиц и еще $\frac{1}{2}$ яйца. Вторая покупательница приобрела половину оставшихся яиц и еще $\frac{1}{2}$ яйца. Третья купила всего одно яйцо. После этого у крестьянки не осталось ничего. Сколько яиц принесла она на базар?

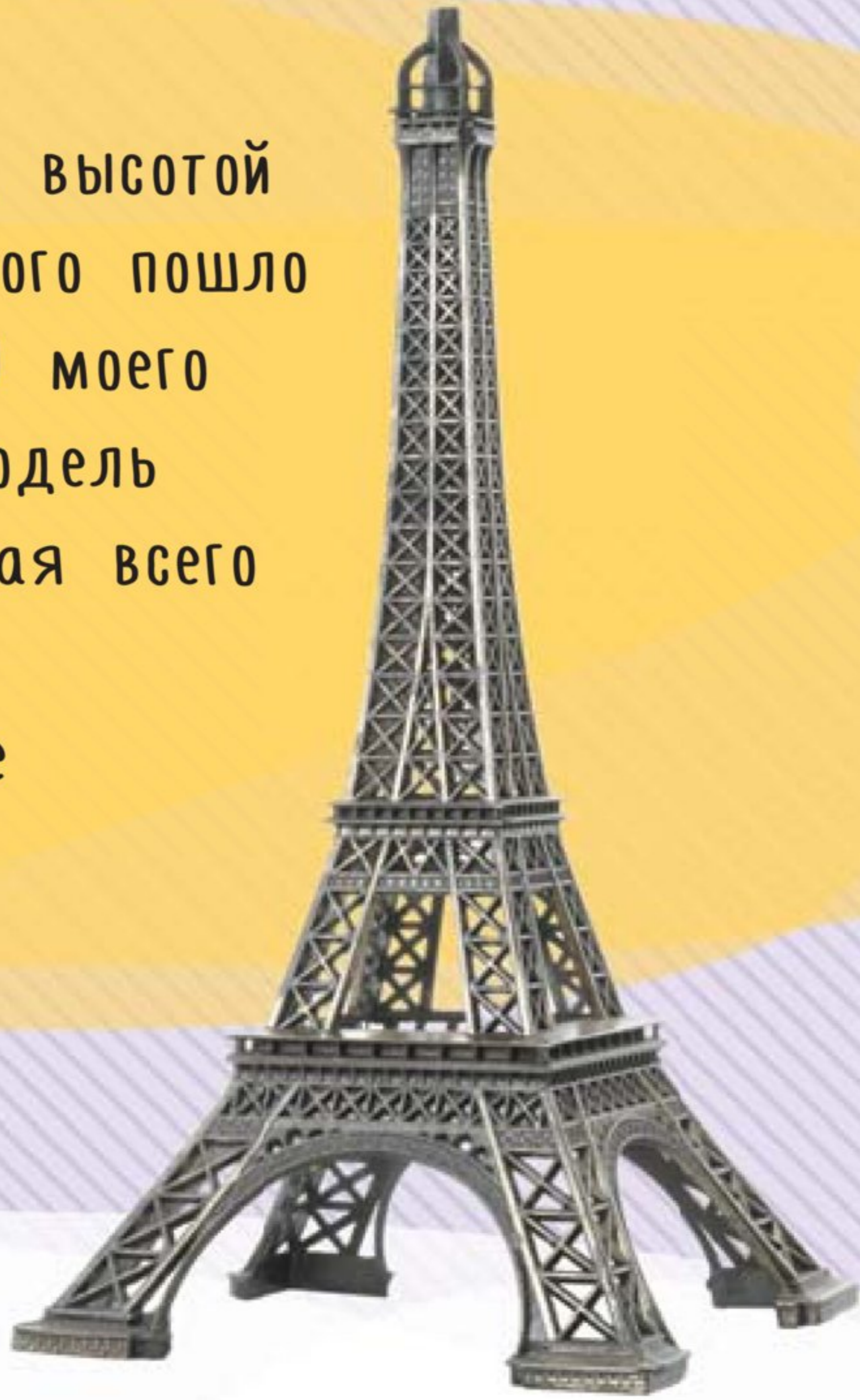
Проверим:
 $7 : 2 = 3\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$; $4 - 1 = 3$;
 $3 : 2 = 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$; $2 - 2 = 0$;
что вполне согласуется с условием задачи.

Итак, число яиц, принесенных ею на базар, семь. Получим половину от того, что имелося у крестьянки первоначально. Что полый остаток составляет три яйца. Прибавив $\frac{1}{2}$ яйца, половина от того, что осталось после первой продажи. Значит, $\frac{1}{2}$ яйца составляет вторую половину оставшихся яиц и еще $\frac{1}{2}$ яйца, у крестьянки приобрела половину оставшихся яиц и еще $\frac{1}{2}$ яйца. После того как вторая покупательница задачу решают с конца.

РЕШЕНИЕ

МОДЕЛЬ БАШНИ ЭЙФЕЛЯ

Башня Эйфеля в Париже, высотой 300 м, из железа, которого пошло на нее 8 000 000 кг. У моего знакомого есть точная модель знаменитой башни, весящая всего только один килограмм. Какой она высоты? Выше стакана или ниже?



Модель весом 1 кг гораздо выше стакана, потому что, как это ни неожиданно, она имеет высоту $1\frac{1}{2}$ м! В самом деле, модель меньше самой башни по объему во столько раз, во сколько 1 кг меньше 8 000 000 кг, т. е. в 8 000 000 раз. Значит, высота модели меньше высоты башни в такое число раз, которое, будучи дважды умножено само на себя, составит 8 000 000. Этому условию удовлетворяет число 200. Разделив высоту Эйфелевой башни, 300 м, на 200, получим $1\frac{1}{2}$ м. Результат довольно странный. Полтораметровое железное изделие весит всего 1 кг. Это объясняется тем, что Эйфелева башня, при своих больших размерах, сооружение необыкновенно легкое, как говорят, ажурное.

РЕШЕНИЕ

СДЕЛАТЬ КРУГ

Столяру принесли две продырявленные доски из редкой породы дерева и заказали сколотить из них совершенно круглую сплошную доску для стола, да так, чтобы никаких обрезков дорогого дерева не осталось. В дело должно пойти все дерево до последнего кусочка.

Столяр был мастер, каких мало, но и заказ был не из легких. Долго ломал себе столяр голову, прикидывал так и этак и наконец догадался, как исполнить заказ.

Может быть, и вы догадаетесь? Вырежьте из бумаги две точно такие фигуры, какие изображены на рис. 113 (только размерами побольше), и с их помощью попытайтесь доискаться решения.

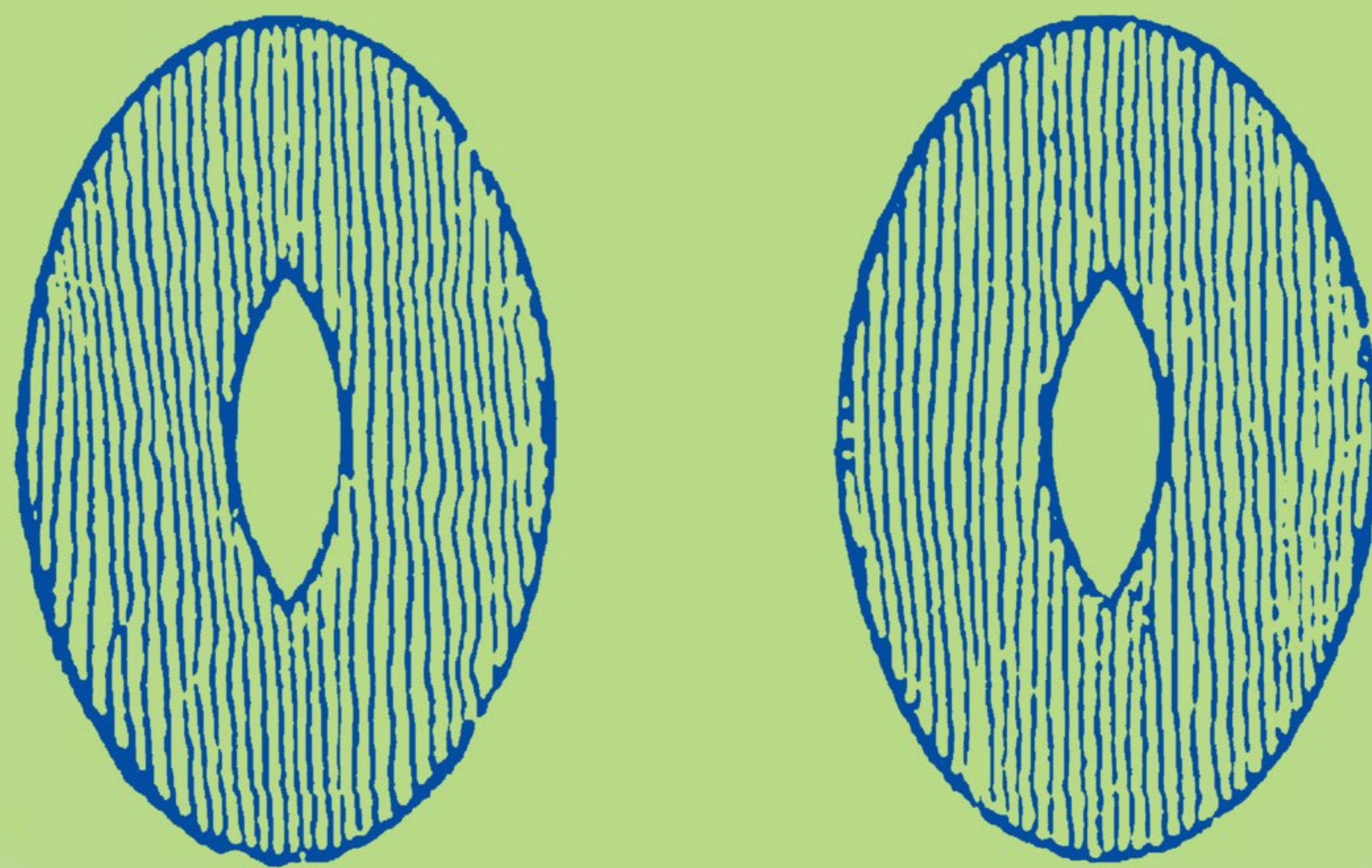
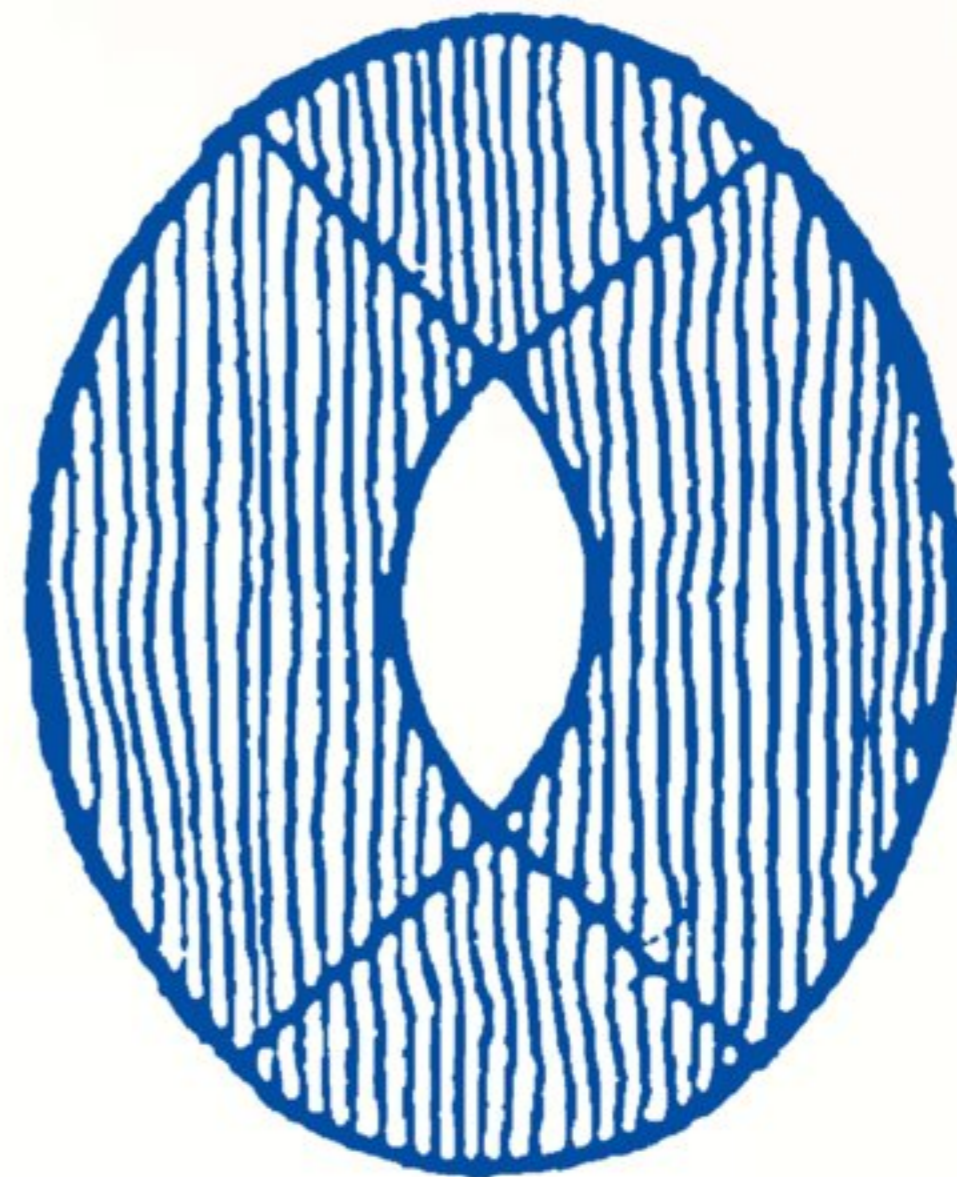
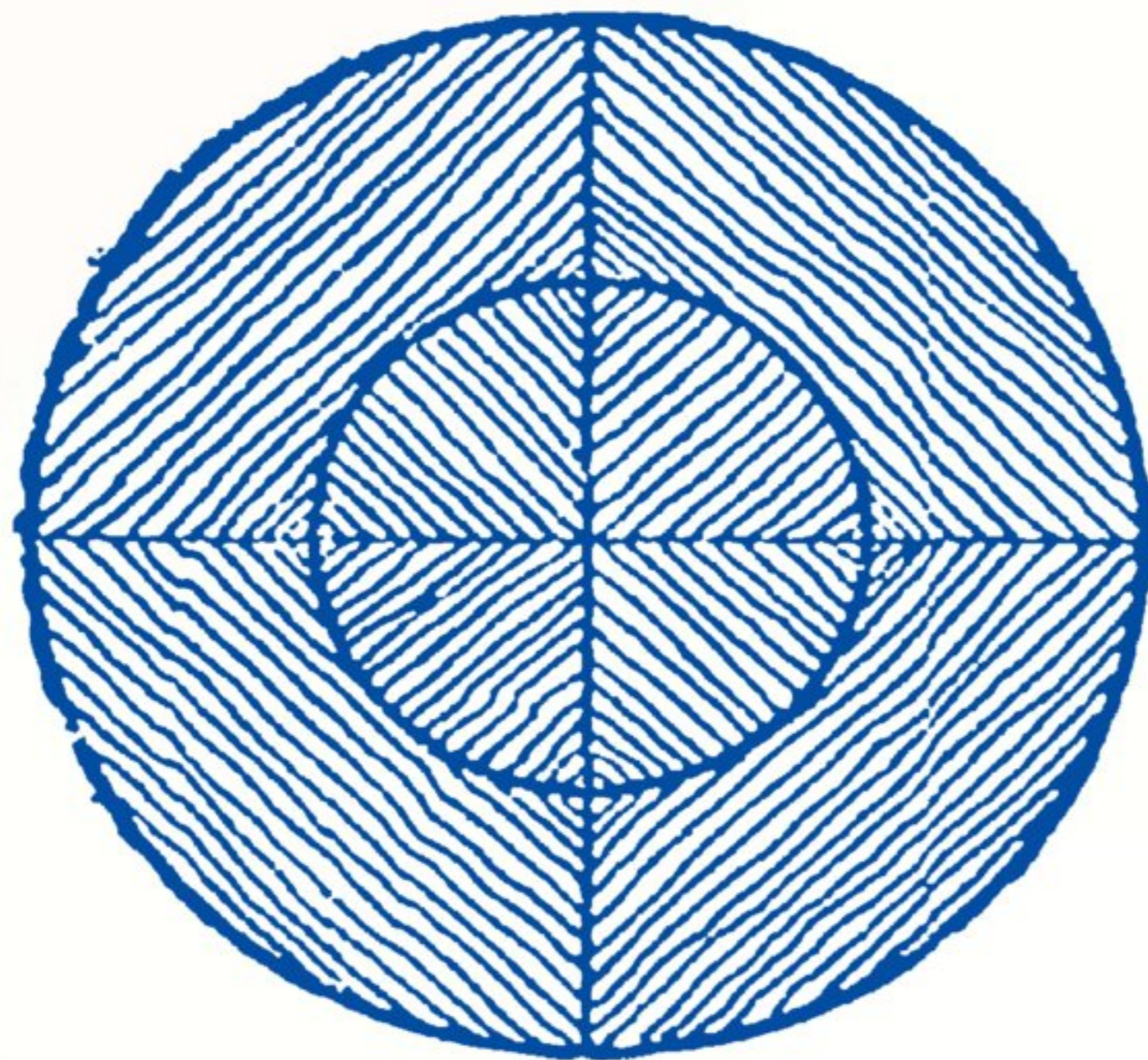


Рис. 113

Рис. 114



Столяр разрезал каждую из принесенных досок на четыре части так, как изображено на рис. 114, слева. Из четырех меньших кусков он составил кружок, к которому приклеил по краям оставшиеся четыре куска. Получилась отличная доска для круглого столика.

РЕШЕНИЕ

ЯНЬЮРСТАР МЕРА ЯНТОН

Какими нотами можно измерить расстояние?

Ми-ля-ми.

РЕШЕНИЕ



КУРС ЛЕЧЕНИЯ

Врач в поликлинике прописал больному 4 таблетки, сказав, что тот должен их принимать по одной через каждые 2 часа. Через какое время после начала лечения пациент выпьет последнюю таблетку?



На первый взгляд может показаться, что человек выпьет последнюю таблетку через 8 часов, ведь это 4 раза по 2 часа. На самом деле он выпьет последнюю таблетку через 6 часов. Представим себе: пациент выпивает первую таблетку. Проходит 2 часа. Он выпивает вторую таблетку. Проходит еще 2 часа. Он выпивает третью таблетку. Еще через 2 часа — четвертую. Стало быть, человек выпьет последнюю таблетку через 6 часов после начала лечения.

РЕШЕНИЕ

ВЕС ФРУКТОВ

Рассмотрим такую задачу. На рис. 115 показано, что 3 яблочка и 1 груша весят столько же, сколько 10 персиков, а 6 персиков и 1 яблочко — столько же, сколько 1 груша.

Сколько персиков надо взять, чтобы уравновесить одну грушу?



Рис. 115



Заменим при первом взвешивании 1 грушу на 6 персиков и 1 яблочко: мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько 6 персиков и яблочко. У нас окажется на левой чашке 4 яблочка и 6 персиков, на правой — 10 персиков. Сняв с обеих чашек по 6 персиков, узнаем, что 4 яблочка весят столько, сколько весят 4 персика. Другими словами, один персик весит столько же, сколько одно яблочко. Теперь уже легко сообразить, что вес груши равен весу 7 персиков.

РЕШЕНИЕ

ЯБЛОКИ

Мама дала сыну 1 рубль и попросила на все деньги купить на рынке ровно 100 штук зеленых, красных и желтых яблок. Красные яблоки стоят по 5 копеек за штуку, желтые — по 3 копейки за штуку, а мелкие зеленые — по 1 копейке за десяток. По сколько яблок каждого цвета нужно купить мальчику, чтобы потратить ровно 1 рубль?



Красных — 16,
желтых — 4,
зеленых — 80.

РЕШЕНИЕ

ЛИСТЬЯ ДЕРЕВА

Если бы сорвать с какого-нибудь старого дерева, скажем, с липы, все листья и положить их рядом, без промежутков, то какой приблизительно длины получился бы ряд? Можно ли им окружить большой дом, например?



Не только дом, но и город можно было бы окружить расположенными в ряд листьями одного дерева, потому что такой ряд тянулся бы километров на десятки! В самом деле: на старом дереве не менее 200 000 — 300 000 листьев. Если остановиться на числе 250 000 и считать каждый лист шириной 5 см, то ряд получится длиной 1 250 000 см, т. е. 12 500 м, или 12,5 км.

РЕШЕНИЕ

СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ

Вы, без сомнения, не раз уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$$2 + 2 = 4,$$

$$2 \times 2 = 4.$$

Это единственный пример, когда сумма и произведение двух целых чисел (и притом равных) одинаковы.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют дробные числа (правда, не равные), обладающие тем же свойством:

$$3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2},$$

$$3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

Попытайтесь подыскать другие примеры. Чтобы вы не думали, что поиски напрасны, скажу: таких чисел весьма и весьма много.



$$101 + 1,01 = 102,01;$$

$$101 \times 1,01 = 102,01.$$

$$11 + 1,1 = 12,1;$$

$$11 \times 1,1 = 12,1;$$

$$5 + 1/5 = 6 1/5;$$

$$5 \times 1/5 = 6 1/5;$$

$$21 + 1/20 = 22 1/20;$$

$$21 \times 1/20 = 22 1/20;$$

$$9 + 1/8 = 10 1/8;$$

$$9 \times 1/8 = 10 1/8;$$

$$4 + 1/3 = 5 1/3;$$

$$4 \times 1/3 = 5 1/3;$$

Существует бесчисленное множество пар таких чисел. Вот несколько примеров:

РЕШЕНИЕ

ИГРАЛЬНАЯ КОСТЬ

Вот игральная кость (рис. 116): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза подряд, он упадет единицей кверху только один раз.



Рис. 116

Владимир же утверждает, что единица при четырех бросках либо совсем не выпадет, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше шансов выиграть спор?

Решение

При четырех бросаниях число всевозможных положений игральной кости равно $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Допустим, что при первом бросании выпало единичное очко. Тогда при трех следующих бросаниях число всевозможных положений кубика, благоприятных для Петра (т. е. число выпавший любых очков, кроме единичного), равно $5 \times 5 \times 5 = 125$. Для Петра также возможно 125 благоприятных расположений, если единичное очко выпадает только при втором, только при третьем или только при четвертом бросании. Итак, существует $125 + 125 + 125 + 125 = 500$ различных возможностей того, что единичное очко при четырех бросаниях появится один и только один раз. Неблагоприятных же возможностей имеется $1296 - 500 = 796$ (так как таковыми являются все остальные случаи). Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше (796 против 500), чем у Петра.

СКОЛЬКО СТАКАНОВ?

На рис. 117 и 118 вы видите, что:

— бутылка и стакан уравниваются кувшином;

— бутылка сама по себе уравнивается стаканом и блюдцем;

— два кувшина уравниваются тремя блюдами.

Сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

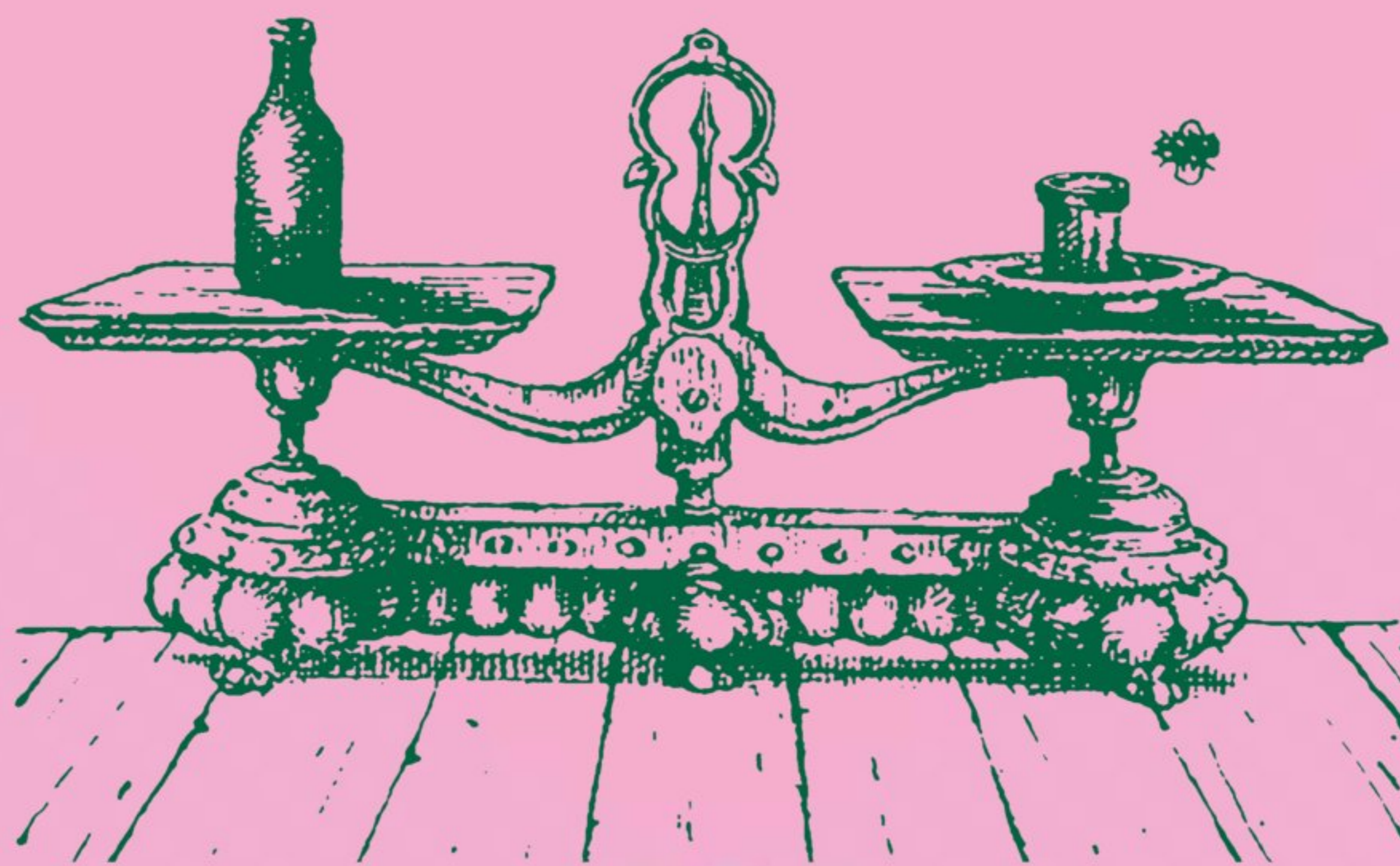
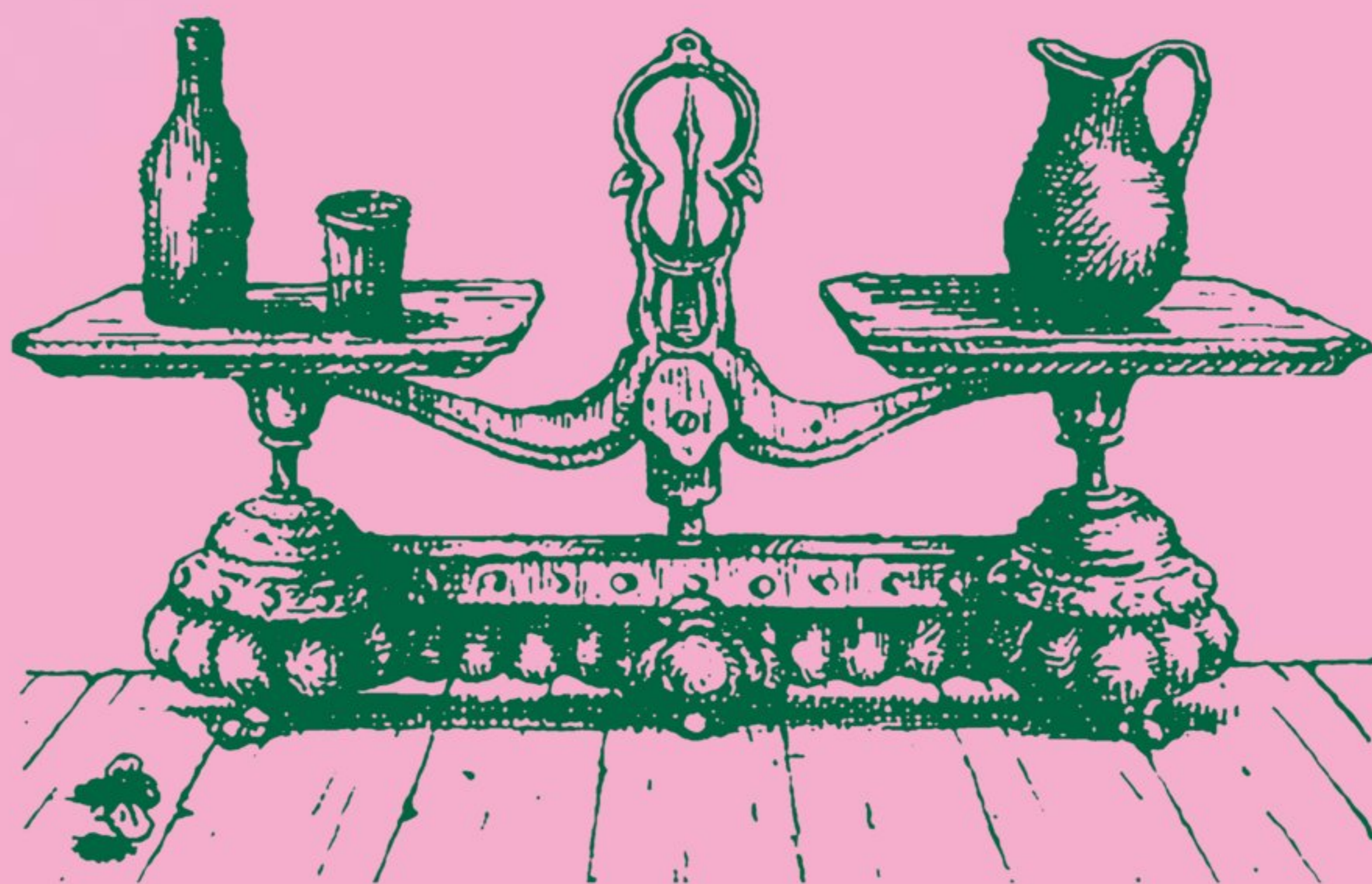


Рис. 117. Задача о стаканах и бутылке

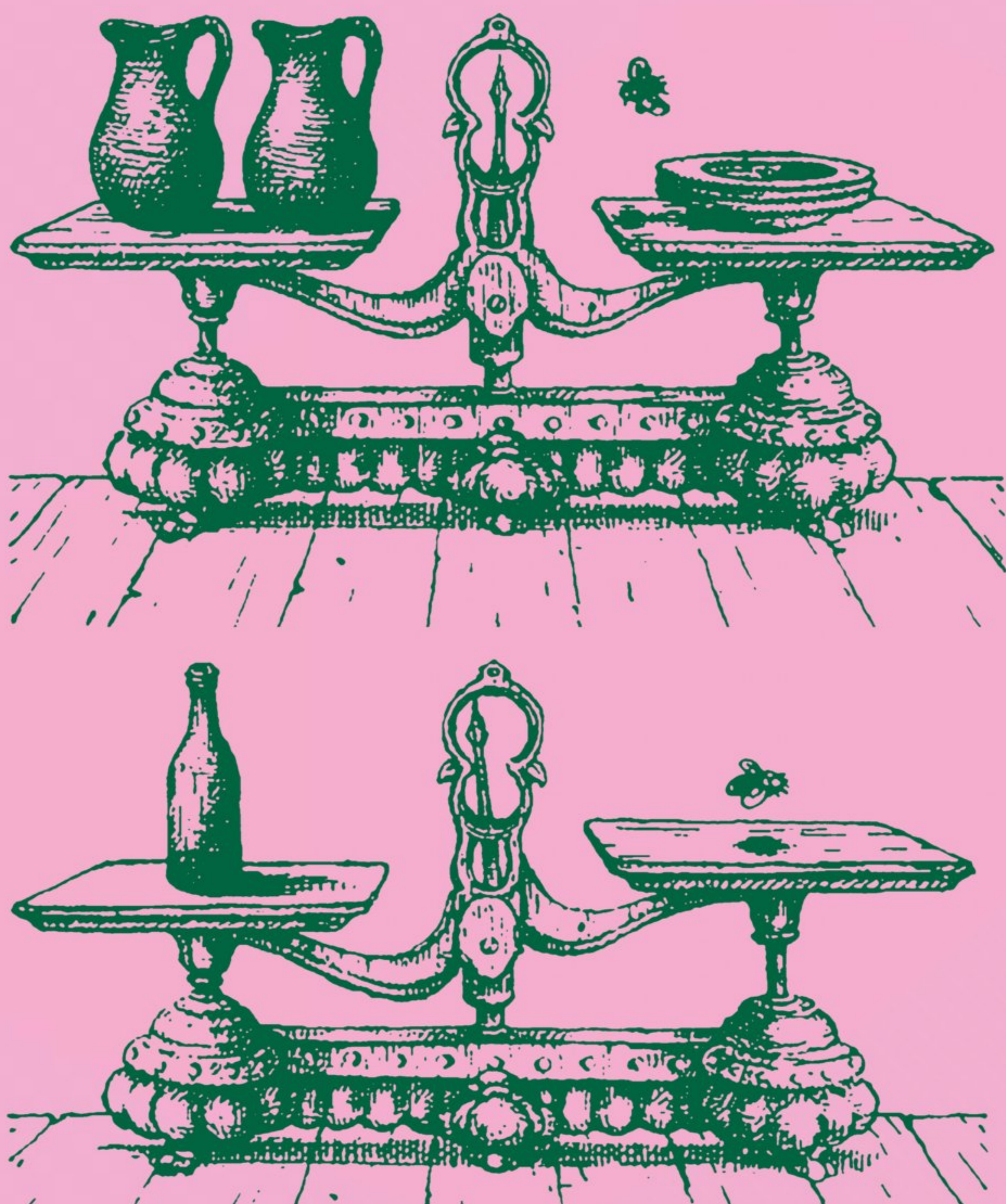


Рис. 118. Чем уравновесить бутылку?

Эту задачу можно решить по-разному. Вот один из способов. Заменяем при третьем взвешивании каждый кувшин 1 бутылкой и 1 стаканом (из первого взвешивания следует, что весы при этом останутся в равновесии). Таким образом, 2 бутылки и 2 стакана уравновешиваются 3 блюдами. На основании второго взвешивания, каждую бутылку мы можем заменить 1 стаканом и 1 блюдом. Получим, что 4 стакана и 2 блюда уравновешиваются 3 блюдами. Сняв с каждой чашки весов по 2 блюда, узнаем, что 4 стакана уравновешиваются 1 блюдом. И следовательно, бутылка уравновешивается (сравните со вторым взвешиванием) 5 стаканами.

РЕШЕНИЕ

УДК 087.5:51
ББК 22.1я92
К17

Научно-популярное издание
Ғылыми-бұқаралық баспа

Автор-составитель
КАЛЕНКОВЕЦ Наталия Сергеевна

250 ЛУЧШИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР И ГОЛОВОЛОМОК

ДЛЯ МЛАДШЕГО И СРЕДНЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА

Серия «250 лучших» основана в 2018 году

Ответственный за выпуск *И. В. Резько*

Подписано в печать 08.10.2018. Изготовлено в 2018 г.
Гарнитура Engine. Формат 60x84^{1/16}. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 9,3. Тираж экз. Заказ

Общероссийский классификатор продукции
ОК-034-2014 (КПЕС 2008); 58.11.1 — книги, брошюры печатные.
ТР ТС 007/2011

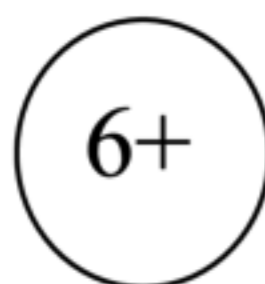
ООО «Издательство АСТ».
129085, Российская Федерация, г. Москва, Звёздный бульвар,
дом 21, строение 1, комната 705, пом. I, 7 этаж.
www.ast.ru

«Баспа Аста» деген ООО
129085, Мәскеу қ., Звёздный бульвары, 21-үй, 1-құрылыс, 705-бөлме, I жай, 7-қабат.
Біздің электрондық мекенжаймыз : www.ast.ru. E-mail: malysh@ast.ru
Интернет-магазин: www.book24.kz. Интернет-дүкен: www.book24.kz
Импортер в Республику Казахстан и Представитель по приему претензий
в Республике Казахстан — ТОО РДЦ Алматы, г. Алматы.

Қазақстан Республикасына импорттаушы және
Қазақстан Республикасында наразылықтарды қабылдау бойынша өкіл —
«РДЦ-Алматы» ЖШС, Алматы қ., Домбровский көш., 3«а», Б литері, офис 1.
Тел.: 8(727) 251 59 90, 91, факс: 8(727) 251 59 92 ішкі 107;
E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz , www.book24.kz
Тауар белгісі: «АСТ». Өндірілген жылы: 2018
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген. Сертификация – қарастырылған

Мы в социальных сетях. Присоединяйтесь!

https://vk.com/AST_planetadetstva
https://www.instagram.com/AST_planetadetstva
<https://www.facebook.com/ASTplanetadetstva>



К17

250 лучших математических игр и головоломок / автор-сост. Н. С. Каленковец. — Москва : Издательство АСТ, 2018. — 159, [1] с. — (250 лучших).
ISBN 978-5-17-112048-1.

Не знаешь, чем заняться? Может быть, пора провести интеллектуальную разминку? Лучшие математические игры и головоломки в твоём распоряжении! Данное издание составлено на основе задач Якова Перельмана, известного популяризатора физико-математических наук. Это лучшее, что можно предложить юным читателям для интеллектуальной гимнастики, ведь на страницах книги представлено множество доказательных, обучающих и при этом веселых заданий. Хитроумные головоломки, парадоксальные вопросы, занимательные задачи, арифметические фокусы, оптические иллюзии помогут развить логические способности, воображение, умение видеть в обыденных явлениях их любопытную суть. Увлекательные истории, шуточные рассказы, древние предания написаны живым понятным языком, а решения и объяснения изложены так доступно, что все сложное непременно станет простым.

Эта великолепно иллюстрированная книга докажет, что познавать арифметические, геометрические и физические законы можно легко и весело!

Для младшего и среднего школьного возраста.

УДК 087.5:51
ББК 22.1я92

ISBN 978-5-17-112048-1

© Оформление, обложка, иллюстрации ООО «Интеджер», 2018
© ООО «Издательство АСТ», 2018
© В оформлении использованы материалы, предоставленные Фотобанком Shutterstock, Inc., Shutterstock.com, 2018
© В оформлении использованы материалы, предоставленные Фотобанком Dreamstime, Inc., Dreamstime.com, 2018

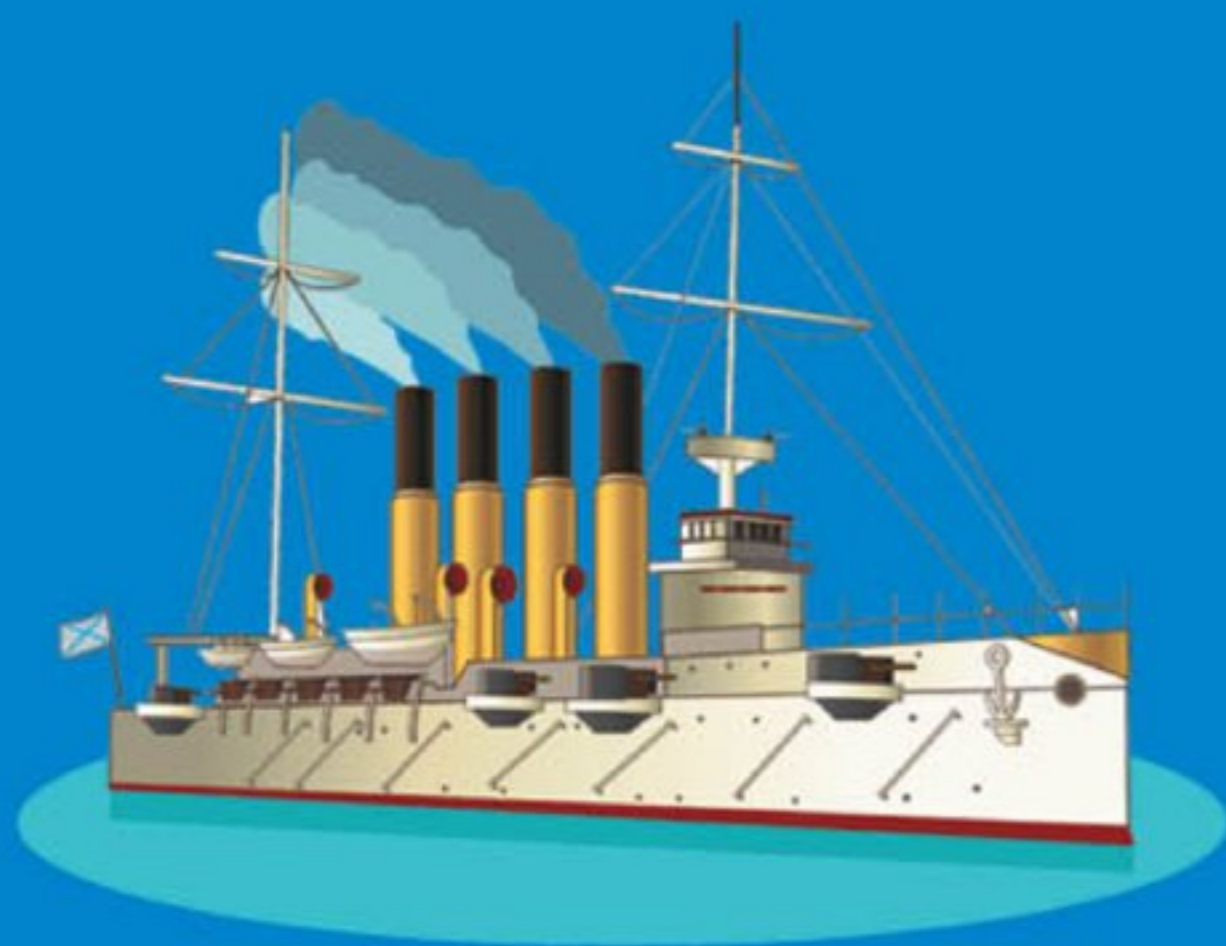


250



ЛУЧШИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР И ГОЛОВОЛОМОК

А ты знаешь, что интеллект тоже нужно тренировать? Это необычное красочное издание сделает твои умственные разминки более разнообразными и совсем не скучными. Хитроумные головоломки, парадоксальные вопросы, занимательные ребусы, арифметические фокусы, оптические иллюзии — чего только нет на страницах этой книги! Выполнение различных заданий поможет развить логическое мышление, наблюдательность, воображение, умение видеть в обыденных явлениях их любопытную суть. Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев? Сколько квадратов можно насчитать на шахматной доске? Какие два целых числа при умножении составят семь? Не торопись заглядывать в ответы, попробуй справиться сам. Если же найти разгадку не вышло, то правильные решения и их объяснения написаны так доступно, что все сложное непременно станет простым. Эта великолепно иллюстрированная книга докажет, что познавать арифметические, геометрические и физические законы можно легко и весело!



www.ast.ru

ISBN 978-5-17-112048-1



9 785171 120481



EAS